

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO  
ODDELEK ZA FIZIKO  
FIZIKA JEDRA IN OSNOVNIH DELCEV

Jernej CUCEK

**Študija meritve radiativnih razpadov mezonov  
*B* z detektorjem Belle II**

Magistrsko delo

MENTOR: prof. dr. Boštjan Golob  
SOMENTOR: dr. Luka Šantelj

Ljubljana, 2020



## **Zahvala**

Zahvaljujem se svojemu mentorju prof. dr. Boštjanu Golobu za ponujeno priložnost in zaupanje. Velika hvala tudi somentorju dr. Luki Šantlju za dodatne informacije ter vse razlage in nasvete.



# Študija meritve radiativnih razpadov mezonov $B$ z detektorjem Belle II

## IZVLEČEK

V magistrskem delu na simuliranem vzorcu podatkov detektorja Belle II opravimo študijo meritve razvejitvenih razmerij redkih radiativnih razpadov  $B^0 \rightarrow \rho^0\gamma$  in  $B^0 \rightarrow K^{*0}\gamma$  ter od tu določimo razmerje elementov matrike CKM  $|V_{td}/V_{ts}|$ . Vzorec velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$  vsebuje simulirane podatke trkov elektronov in pozitronov pri veliki luminoznosti nadgrajenega trkalnika eksperimenta Belle II. Eksperiment bo tekom delovanja v naslednjih letih zbral vzorec velikosti  $50 \text{ ab}^{-1}$ , kar pomeni 50-krat več razpadov mezonov  $B$ , kot jih je trenutno na voljo. Iz simuliranih podatkov najprej ekskluzivno rekonstruiramo oba izbrana radiativna razpada. Nato iz vzorca z uporabo pionskega veta in metod strojnega učenja izločimo čim več dogodkov ozadja. Iz kinematičnih porazdelitev določimo signalni donos obeh razpadov ter ocenimo učinkovitosti rekonstrukcij. Izkoristki rekonstrukcije imajo vrednosti  $\epsilon_{\rho^0} = 9\%$  in  $\epsilon_{K^{*0}} = 22.7\%$ , ki so v primerjavi z dosedanjimi študijami na podatkih iz merjenega vzorca detektorja Belle višji. Iz signalnih donosov izračunane vrednosti razvejitvenih razmerij imajo vrednosti  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0\gamma) = (12 \pm 3) \cdot 10^{-7}$  in  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0}\gamma) = (4.19 \pm 0.08) \cdot 10^{-5}$ . Rezultati se v okviru statistične negotovosti ujemajo s teoretičnimi napovedmi in s svetovnim povprečjem; za razpadni način  $\rho^0$  je relativna statistična negotovost primerljiva z rezultati študij izvedenih na meritvah detektorja Belle in znaša 26%, medtem ko je za razpadni način  $K^{*0}$  izboljšana in znaša 1.9%. Vrednost izračunanega razmerja elementov matrike CKM znaša  $|V_{td}/V_{ts}| = 0.268 \pm 0.041$ . Rezultati imajo glede na aktualno svetovno povprečje večjo statistično negotovost, h kateri prispevajo slabši rezultati razpadnega načina  $\rho^0$ , vendar na podlagi naše študije ocenjujemo, da bo statistična negotovost na vzorcu, ki ustreza velikosti  $50 \text{ ab}^{-1}$ , izboljšana za velikostni red. Negotovost razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  bo tako končno omejena predvsem z negotovostmi nekaterih parametrov potrebnih za izračun  $|V_{td}/V_{ts}|$ , ki so določeni teoretično ali iz drugih meritev.

### Ključne besede:

SuperKEKB, Belle II, Standardni Model, Nova Fizika, matrika Cabibbo–Kobayashi–Maskawa, simulacija Monte Carlo, radiativni pingvinski razpadi, ekskluzivna rekonstrukcija, mezoni s kvarkom  $b$

**PACS:** 11.30.Er (Konjugacija naboja, parnost, obrat časa in ostale diskretne simetrije), 12.15.Hh (Določitev elementov Cabibbo–Kobayashi–Maskawa (CKM) matrike), 13.20.He (Razpadi mezonov s kvarkom  $b$ ), 14.40.Nd (Mezoni s kvarkom  $b$  ( $|B| > 0$ )),



# Study of measurement of $B$ meson radiative decays with Belle II detector

## ABSTRACT

Using a simulated data sample of the Belle II detector measurements with an integrated luminosity of  $375 \text{ fb}^{-1}$  we performed a study of measurement of branching ratios for two rare  $B$  meson radiative decays  $B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$  and  $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$ . The obtained branching ratios were then used to determine the value of  $|V_{td}/V_{ts}|$  ratio of the Cabibbo–Kobayashi–Maskawa matrix elements. The sample contained simulated data of electron-positron collisions from an upgraded high luminosity Belle II experiment, which will in its future operation period accumulate  $50 \text{ ab}^{-1}$  of data. From the data sample, we first performed an exclusive reconstruction of events for both decay chains. We proceeded with the elimination of background events with the usage of pion veto and machine learning techniques. We then obtained signal yields from fits to kinematic distributions of events and determined the reconstruction efficiencies, which were found to be  $\epsilon_{\rho^0} = 9\%$  and  $\epsilon_{K^{*0}} = 22.7\%$ . In comparison to the results from older Belle studies, our reconstruction efficiencies are higher. The branching ratios determined from the signal yields have values of  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma) = (12 \pm 3) \cdot 10^{-7}$  and  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma) = (4.19 \pm 0.08) \cdot 10^{-5}$ , and are within the statistical uncertainty in agreement with theoretical predictions and world average values; in our case the relative statistical uncertainty for the  $\rho^0$  decay mode has a value of 26% and is comparable with results from older studies with Belle data, while the uncertainty of the  $K^{*0}$  mode branching ratio has a value of 1.9% and is improved in same comparison. Finally, we calculated the value of ratio CKM elements  $|V_{td}/V_{ts}| = 0.268 \pm 0.041$  which is also in agreement with the world average values, albeit statistical uncertainty is larger descending from results obtained from  $\rho^0$  mode. Nevertheless, we estimate that the statistical uncertainty will be improved by an order of magnitude when the sample of size  $50 \text{ ab}^{-1}$  will be used. We conclude, that in the future, the uncertainty of the ratio  $|V_{td}/V_{ts}|$  will be dominated by uncertainties of some of the parameters used to calculate the value of  $|V_{td}/V_{ts}|$  that are calculated theoretically or determined from other measurements.

### Key words:

SuperKEKB, Belle II, Standard Model, New Physics, Cabibbo–Kobayashi–Maskawa matrix, Monte Carlo simulation, radiative penguin decays, exclusive reconstruction, bottom mesons

**PACS:** 11.30.Er (Charge conjugation, parity, time reversal, and other discrete symmetries), 12.15.Hh (Determination of Cabibbo-Kobayashi Maskawa (CKM) matrix elements), 13.20.He (Decays of bottom mesons), 14.40.Nd (Bottom mesons ( $|B| > 0$ ))





# Kazalo

<b>1. Uvod</b>	<b>11</b>
<b>2. Teoretični uvod</b>	<b>13</b>
2.1. Opis Standardnega Modela . . . . .	13
2.1.1. Snov v Standardnem Modelu . . . . .	13
2.1.2. Interakcije v Standardnem Modelu . . . . .	15
2.1.3. Ohranjene količine in simetrije . . . . .	16
2.2. Model CKM . . . . .	17
2.3. Razmerje $V_{td}/V_{ts}$ . . . . .	19
2.3.1. Radiativni razpadi . . . . .	19
2.3.2. Rezultati že izvedenih analiz . . . . .	22
<b>3. Eksperiment Belle II</b>	<b>25</b>
3.1. Trkalnik elektronov in pozitronov SuperKEKB . . . . .	25
3.1.1. Luminoznost trkalnika . . . . .	25
3.1.2. Žarkovno ozadje . . . . .	27
3.2. Detektor Belle II . . . . .	27
3.2.1. Polprevodniški točkovni detektor (PXD) . . . . .	29
3.2.2. Silicijev detektor mesta razpada (SVD) . . . . .	29
3.2.3. Osrednja potovalna komora (CDC) . . . . .	30
3.2.4. Merilec časa propagacije (TOP) . . . . .	30
3.2.5. Detektor obročev Čerenkova (ARICH) . . . . .	32
3.2.6. Elektromagnetni kalorimeter (ECL) . . . . .	32
3.2.7. Detektor delcev $K_L^0$ in mionov (KLM) . . . . .	33
3.2.8. Identifikacija nabitih delcev (PID) . . . . .	34
<b>4. Osnovni koraki meritve</b>	<b>35</b>
<b>5. Simulacija Monte Carlo</b>	<b>39</b>
5.1. Generirani MC dogodki . . . . .	39
<b>6. Rekonstrukcija z optimizacijo</b>	<b>41</b>
6.1. Rekonstrukcija mezonov $B^0$ . . . . .	42
6.2. Priprava klasifikatorjev za zavračanje ozadja . . . . .	45
6.2.1. Rekonstrukcija delcev za $\pi^0$ veto . . . . .	45
6.2.2. Spremenljivke oblike dogodka za izločanje ozadja kontinuuma . . . . .	53
6.2.3. BDT in spremenljivke DLL sistema PID . . . . .	56
6.3. Aplikacija klasifikatorjev in optimizacija rezov na združenih MC vzorcih . . . . .	59
6.3.1. Aplikacija rezov in optimizacija razpadnega načina $\rho^0$ . . . . .	60
6.3.2. Aplikacija rezov in optimizacija razpadnega načina $K^{*0}$ . . . . .	65
<b>7. Določanje signalnega donosa</b>	<b>69</b>
7.1. Izbira modelskih funkcij in določanje njihovih oblikovnih parametrov . . . . .	69
7.1.1. Prilagoditvene funkcije za signal in ozadje . . . . .	69
7.2. Določanje oblikovnih parametrov modelskih funkcij . . . . .	71
7.3. Določanje signalnega donosa . . . . .	75

<b>8. Rezultati</b>	<b>79</b>
8.1. Izračun razvejitenih razmerij . . . . .	79
8.2. Izračun razmerja $ V_{td}/V_{ts} $ in ocena negotovosti . . . . .	80
8.2.1. Statistična negotovost na večjem vzorcu . . . . .	80
<b>9. Zaključek</b>	<b>83</b>
<b>Literatura</b>	<b>85</b>
<b>A. Dodatek: Tabela mezonov</b>	<b>87</b>
<b>B. Dodatek: Računalniška orodja</b>	<b>89</b>
<b>C. Dodatek: Metoda ojačanih odločitvenih dreves (BDT)</b>	<b>91</b>
<b>D. Dodatek: Spremenljivke oblike dogodka</b>	<b>95</b>

# 1. Uvod

Pred dobrimi 100 leti je bilo o strukturi snovi še vedno znanega zelo malo, a do konca dvajsetega stoletja je fizikom v eksperimentih uspelo odkriti množico subatomskih delcev in interakcij med njimi. Opis mnogih odkritij sta omogočila vzporedna razvoja osnovnih teorij kvantne mehanike ter posebne teorije relativnosti. Lastnosti osnovnih interakcij med osnovnimi delci skuša opisati Fizika visokih energij s svojim teoretičnim in eksperimentalnim pristopom. Sčasoma je vse dosedanje znanje o subatomskem svetu zaobjela v aktualni fizikalni teoriji poznani kot Standardni model (SM).

Eden od eksperimentov Fizike visokih energij poteka v okviru mednarodne kolaboracije Belle, kjer poskušajo znanstveniki testirati napovedno moč SM s preučevanjem interakcij na subatomskem nivoju. Z namenom preveriti konsistentnost mehanizmov Kobayashi-Maskawa kršitve simetrije  $CP^1$  v matriki Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) je bila v devetdesetih letih prejšnjega stoletja zgrajena tovarna mezonov  $B$  imenovana "KEKB" z eksperimentom Belle. Čeprav je bila primarna naloga meritev razlike med razpadi delcev in antidelcev in s tem kršitve simetrije  $CP$ , so se dodatno nadejali natančno izmeriti razpade mezonov sestavljenih iz kvarkov  $b$  in  $c$  ter razpade leptonov  $\tau$ . Prav tako so iskali procese kršenja ostalih fizikalnih simetrij in redke prepovedane procese v SM, ki bi lahko vodili v odkritje novih fizikalnih zakonov. Z izjemno natančnimi meritvami razpadov teh mezonov je leta 2001 mednarodni skupini Belle uspelo pokazati razliko pri razpadih nevtralnih mezonov  $B$  v mezone  $J/\Psi$  in  $K_S^0$  ter tako potrditi kršitev simetrije  $CP$ . To je bila prva opažena kršitev simetrije  $CP$  izven sistema kaonov. Tekom naslednjega desetletja so v skladu z napovedmi SM izmerili kršitev simetrije  $CP$  še v številnih drugih razpadih mezonov  $B$  ter potrdili kompleksno fazo matrike CKM kot njen glavni vir. Ta eksperimentalna potrditev napovedi japonskih teoretičnih fizikov M. Kobayashija in T. Maskawe je v letu 2008 obema prinesla podelitev Nobelove nagrade za fiziko.

Konec istega leta so se pojavile prve pobude za nadgradnjo eksperimenta Belle. Na stari osnovi je bila ustanovljena kolaboracija Belle II, v katero je vključenih 26 držav, ki skupaj prispevajo raziskovalce iz različnih univerz in inštitutov; med njimi sta tudi Univerza v Ljubljani, Inštitut Jožef Štefan, Univerza v Mariboru in Univerza v Novi Gorici. Glavni cilj raziskovalcev je povečanje števila izmerjenih razpadov, zato je tovarna mezonov  $B$  prvotni trkalnik KEKB nadgradila v 40-krat učinkovitejši SuperKEKB. Temu ustrezno je bilo potrebno prilagoditi še detektorski sistem Belle, ki je sedaj nadgrajen v vzdržljivejši in učinkovitejši Belle II. Pričakuje se, da bo eksperiment tekom obratovanja zbral 50-krat več podatkov kot njegov predhodnik. Skozi analizo na novo zbranega vzorca meritev bo mednarodna raziskovalna skupina poskušala med drugim odkriti t.i. procese Nove fizike<sup>2</sup> (NF), ki bi morebiti pomagali razložiti kršitev simetrije med delci in antidelci.

Tako povečanje zbranega vzorca obeta boljše rezultate meritev nekaterih zelo redkih procesov SM v sistemu mezonov  $B$ , ki na vzorcu zbranim z Belle niso mogle podati dovolj natančnih rezultatov. Ena takšnih meritev, ki bo z izboljšanim eksperimentom veliko pridobila, je osrednja tema tega magisterskega dela. Gre za meritev razvejitenih razmerij radiativnih razpadov mezonov  $B \rightarrow X_{s,d} \gamma$ , kjer  $X_{s,d}$  označuje hadron, ki vsebuje kvark  $s$  ali  $d$ . Ti razpadi predstavljajo procese višjega reda v SM. Preko meritev njihove pogostosti lahko določimo razmerje elementov matrike CKM  $|V_{td}/V_{ts}|$ . Mezon  $B$  lahko razpade na več delcev, ki ustrezajo temu kriteriju, a se v delu posvetim le razpadom na delca  $\rho^0$  in  $K^{*0}$  ter razmerje  $|V_{td}/V_{ts}|$  določim preko njunih razvejitenih razmerij. Pri motivaciji je bistveno dejstvo, da so tovrstne meritve komplementarne meritvam mešanja v sistemu nevtralnih

<sup>1</sup>Simetrija  $CP$  je lastnost fizikalnih sistemov, da pri transformacijah spremembe naboja (oznaka  $C$ ) in zrcaljenja (oznaka  $P$ ) ne spremenijo dinamike sistema. V fiziki je zelo pomembna še simetrija  $CPT$ , ki opisuje lastnosti sistema, ko mu dodamo še transformacijo časa (oznaka  $T$ ). Medtem ko se simetrija  $CPT$  fizikalnih sistemov ohranja, pa za simetrijo  $CP$  to ne velja.

<sup>2</sup>S terminom "Nova Fizika" naslavljamo eksperimentalno nepotrjene delce in interakcije, ki jih SM ne vključuje.

mezonov  $B^0$ , s katerimi določimo taisto razmerje elementov matrike CKM. Nova fizika lahko namreč vpliva na radiativne razpade in mešanje na različna načina. Tako lahko s primerjavo vrednosti razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  dobljenih z vsako od omenjenih metod preverimo konsistentnost SM, oziroma iščemo dokaze o prisotnosti procesov in delcev zunaj njega.

Dosedanje meritve so bile zaradi "skromne" statistike vzorca premalo občutljive na procese NF, saj so negotovosti pri določanju razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  precej velike. Rezultati obeh omenjenih komplementarnih metod se v okviru do sedaj dosežene natančnosti ujemajo, a so negotovosti pri določitvi iz radiativnih razpadov velike. V magistrskem delu zato poskusimo preveriti, kako bo nadgradnja eksperimenta Belle v Belle II vplivala na merjenje vrednosti razvejitenega razmerja. Pri tem uporabimo podatke generirane s simulacijami naključnih dogodkov po metodi Monte Carlo. Te za vnaprejšnje preučevanje odziva trkalnika in detektorskih sistemov eksperimenta Belle II upoštevajo vse znane fizikalne procese ter neodvisne študije posameznih komponent detektorskega sistema. Na simuliranih podatkih ekskluzivno rekonstruiramo oba izbrana radiativna razpada ter z naprednejšimi analitičnimi metodami strojnega učenja poskušamo odstraniti čim več dogodkov ozadja. Po določitvi signalnih donosov izračunamo vrednosti razvejiteni razmerji obeh razpadov in od tu vrednost razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$ , ter ocenimo statistično negotovost.

V nadaljevanju se magistrsko delo začne s teoretičnim uvodom, kjer so najprej navedene osnovne lastnosti teorije SM ter motivacija za njeno preučevanje. Nato so podrobneje opisani že omenjeni pojmi, kot so model CKM z njegovimi matričnimi elementi in proces radiativnih razpadov mezonov  $B$ . Tu so predstavljeni tudi aktualni rezultati dosedanjih meritev vrednosti razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$ .

Sledi poglavje o eksperimentalni postavitvi, ki jo v grobem sestavljata trkalnik elektronov in pozitronov SuperKEKB in detektor Belle II. V tem poglavju so opisane njune glavne lastnosti in principi delovanja pri produkciji mezonov  $B$  ter detekciji njihovih razpadnih produktov. Za tem so na kratko povzeti še osnovni koraki meritve, čemur sledi poglavje o simulaciji podatkov, katere analiziramo.

V glavnem delu naloge so predstavljeni vsi koraki izvedene rekonstrukcije iskanih razpadov mezonov  $B$  in aplikacije izbirnih kriterijev za signalne dogodke. Nato sledi določitev signalnih donosov obeh razpadov s prilagajanjem modelskih funkcij h končnim porazdelitvam rekonstruiranih dogodkov. Iz signalnih donosov so izračunane še vrednosti razvejitenih razmerij analiziranih razpadov in od tu iskano razmerje  $|V_{td}/V_{ts}|$ . Predstavitvi rezultatov sledi zaključek. V analizi uporabljene metode in orodja so po večini opisane sproti, le za bolj detajlne razlage se sklicujemo na priloge v dodatku. Na koncu poglavij sta priložena še seznam literature in dodatki.

Magistrsko delo je potekalo v okviru mednarodnih raziskovalnih skupin Belle in Belle II na Odseku za eksperimentalno fiziko osnovnih delcev na Inštitutu Jožef Štefan (IJS) in je obsegalo analizo podatkov simuliranih radiativnih razpadov in odziva detektorja nanje. Podatki, uporabljeni pri izvedbi naloge, so bili na voljo na trkalniku pozitronov in elektronov KEKB v Tsukubi na Japonskem.

## 2. Teoretični uvod

Preden se lotimo opisa teorije SM, naj osvetlimo tehnikalijo uvedbe naravnih enot. Ker polje raziskav v skrajnem energijskem režimu postane neintuitivno, zapletene kombinacije osnovnih fizikalnih enot nekaterih fizikalnih količin in njih velikostni redi ne prispevajo več k uvidu v probleme, raje računamo v t.i. naravnih enotah. Pri tem definiramo  $\hbar = h/2\pi = 1$  in  $c = 1$  in tako popreprostim pomembni konstanti, ki sta hitrost svetlobe  $c = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$  in Plankova konstanta  $h = 1.054572661034 \text{ Js}$ , s katerima običajno operiramo. Temu ustrezno prilagodimo ostale fizikalne količine, kakor so napisane v tabeli 2.1. V magistrski nalogi se držimo uporabe naravnih enot, saj je računanje z njimi manj dolgovozno in brez izgube splošnosti.

**Tabela 2.1.:** Relacije med fizikalnimi enotami. Splošni recept je izraziti hitrosti v razmerju s hitrostjo svetlobe in čas z razdaljo prepotovano pri svetlobni hitrosti. Razdalje je nato potrebno pretvoriti v enote inverzne energiji (ali obratno, kar je ustrežnejše) in izraziti količine, kot so naboj, masa ter gibalna količina, v enotah energije.

Fizikalna količina	Notacija	Enote	Naravne $\rightarrow$ Fizikalne
hitrost	$\vec{\beta}$	<i>brez</i>	$\vec{\beta} \rightarrow \vec{v}/c$
čas	$t$	$\hbar/\text{MeV}$	$t \rightarrow t/\hbar$
razdalja	$d$	$\hbar c/\text{MeV}$	$d \rightarrow d/\hbar c$
masa	$m$	$\text{MeV}/c^2$	$m \rightarrow mc^2$
gibalna količina	$\vec{p}$	$\text{MeV}/c$	$\vec{p} \rightarrow \vec{p}c$
naboj	$q$	<i>brez</i>	$q \rightarrow q/\sqrt{\hbar c}$
energija	$E$	$\text{MeV}$	

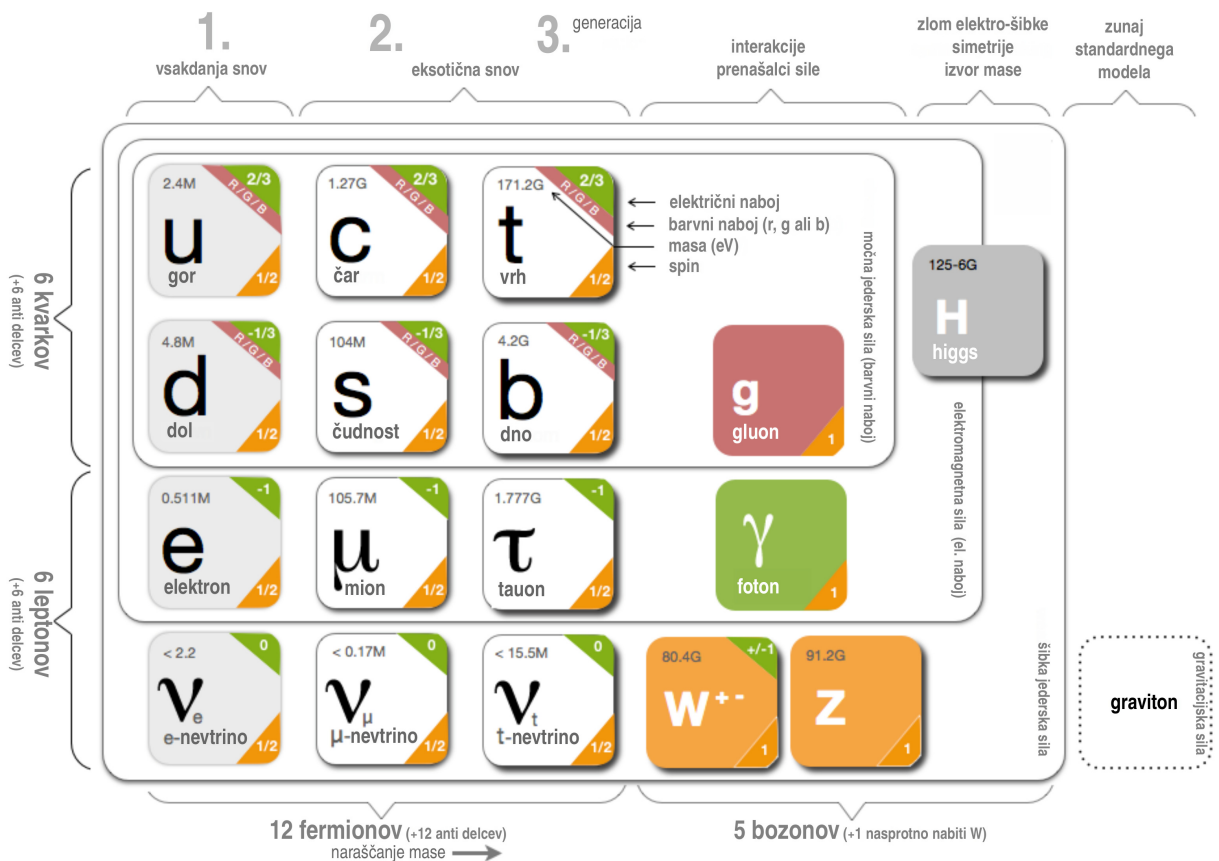
### 2.1. Opis Standardnega Modela

Standardni model je kvantna teorija polj, ki ustrezajo določenemu naboru osnovnih delcev, naravo interakcij med njimi pa določajo ustrezne umeritvene simetrije. Vsebuje 19 prostih parametrov (npr. mase delcev), ki jih je potrebno eksperimentalno določiti. Ko so ti poznani, nam SM določa množico sklopljenih diferencialnih enačb za vsak tip delca. Seveda vrednosti prostih parametrov poznamo le v okviru negotovosti meritev, zato je njihova čim natančnejša določitev trenutno ena glavnih nalog eksperimentalne fizike visokih energij.

#### 2.1.1. Snov v Standardnem Modelu

SM vsebuje osnovne delce fermione in bozone, pri čemer so prvi gradniki snovi, drugi pa prenašalci interakcij med njimi. Kakor so eksperimenti pokazali, obstajajo osnovni fermioni dveh vrst. Glede na njihove lastnosti, kot so masa, električni ter barvni naboj in spin, jih delimo na šest kvarkov  $q = u, c, t, d, s, b$  in šest leptonov  $l = e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau$ . Fermione razvrstimo še v tri družine oz. generacije. Delci so vključno z mediatorji sil med njimi predstavljeni na sliki 2.1. Kvarki nadalje sestavljajo hadrone, kot so protoni ter nevtroni. Skupaj z leptoni predstavljajo vso opaženo dolgoživo<sup>1</sup> snov in

<sup>1</sup>Dolgoživa snov je obstojna in ne razpade. Protoni so kot prosti obstojni, medtem ko nevtroni po približno četrto ure razpadejo.



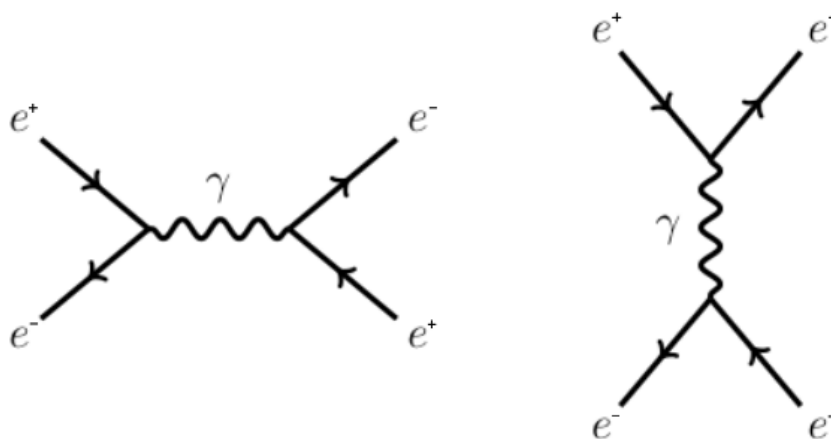
**Slika 2.1.:** Na levi strani slike je prikazanih vseh 14 osnovnih fermionov s polovičnim spinom, ki v SM veljajo za osnovne gradnike snovi. Vsak od njih ima svoj antidelec. Po stolpcih so razdeljeni v tri družine, katerim pravimo tudi generacije. Štirje delci iz prve generacije so najlažji in posledično najstabilnejši, zato lahko sestavljajo vsakdanjo snov. Vsaka od naslednjih dveh generacij ima večje mase in krajše razpadne čase. Snov sestavljeno iz težjih osnovnih delcev, posledično lahko opazujemo le pri visokoenergijskih trkih velikih pospeševalnikov ter preletih kozmičnih žarkov, zato takšna snov velja za eksotično. Osnovne fermione nadalje ločimo še po vrsticah. Tistim v prvih dveh pravimo kvarki in prihajajo v šestih različnih okusih s kraticami  $u$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $d$ ,  $b$  in  $s$ . Vsak kvark ima svojo maso, električni naboj s fiksno vrednostjo  $-1/3$  ali  $+2/3$  in poljubni barvni naboj  $R$ ,  $G$  ali  $B$ . Njihovim antidelcem pravimo antikvarki in se od njih razlikujejo po nasprotnem električnem in barvnem naboju. Vse tri barvne kombinacije in komplementarne antibarve skupaj tvorijo brezbarvne sestavljen delce, tretjinski električni naboji pa se seštejejo v električno nevtralno ali celoštevilsko kombinacijo. Fermionom v preostalih dveh vrsticah pravimo leptoni, njihovim antidelcem pa antileptoni. Delci z okusi  $e$ ,  $\mu$  in  $\tau$  nimajo barvnega naboja, zato ne interagirajo preko močne jedrske sile, njihov električni naboj pa je enak  $-1$ . Vsak izmed njih ima v naslednji vrstici svojega nevtrinskega partnerja ustreznega okusa. Slednji so brez nabojev in imajo zelo majhno maso.

Desno stran slike zastopajo elementarni bozoni  $g$ ,  $\gamma$ ,  $W^+$ ,  $W^-$  ter  $Z$  s celoštevilskim spinom 1, in higgsov bozon s spinom 0. Bozoni veljajo za prenašalce interakcij med fermioni. Vsi trije bozoni iz spodnje vrstice imajo maso in mediirajo šibko jedrsko silo. Med določenimi skupinami osnovnih fermionov delujejo tako, da osnovnim delcem spreminjajo okus. Znotraj skupine leptonov delujejo le med vrsticama iste družine, pri kvarkih pa so možni tudi prehodi med stolpci oz. med vsemi družinami; le da so ti precej manj verjetni med družinama v sosednjem stolpcu in še manj med skrajnima družinama 1. in 3. generacije. Ker imajo fermioni iz različnih vrstic različno vrednost naboja, sta dva izmed bozonov nasprotno električno nabita. Brezmasni foton, kot kvant elektromagnetne interakcije, deluje le med električno nabitimi delci. Je primer delca, ki je hkrati antidelec samemu sebi. Močna jedrska interakcija deluje samo med kvarki in preko izmenjave brezmasnih gluonov ter njihovih antidelcev spreminja barvni naboj; v primeru, da so sestavljeni delci brezbarvni, kot taki ne interagirajo z ostalimi barvnimi naboji. Maso vsem delcem na sliki daje interakcija z električno nevtralnimi higgsonovimi bozoni. Skrajno desno je kot prenašalec gravitacijske interakcije naveden še hipotetični delec graviton, ki ni vključen v teorijo SM. Slika je vzeta iz vira [1] in prilagojena.

tudi bolj eksotično kratkoživo<sup>2</sup> snov v vesolju. Splošno je sprejeto, da se kvarki pri tvorbi hadronov vežejo v brezbarvno<sup>3</sup> kombinacijo na dva načina, in sicer v barione, ki so vezana stanja s tremi valenčnimi<sup>4</sup> kvarki  $q_1q_2q_3$ , in v mezone, kot vezana stanja z valenčnima kvarkom in antikvarkom  $q_1\bar{q}_2$ . V tem magistrskem delu so osrednja tema ravno sestavljeni delci mezoni  $B$ , in seveda lažji delci na katere le-ti razpadejo. Mezoni  $B$  so sestavljeni iz antikvarka  $\bar{b}$  v kombinaciji s kvarkom  $u(B^+)$ ,  $d(B^0)$ ,  $s(B_s^0)$  ali  $c(B_c^+)$  ter konjugiranih različic njihovih antidelcev.

### 2.1.2. Interakcije v Standardnem Modelu

Sama lastnost kvantnosti fizikalnega sveta v teorijo polja vpelje nov mehanizem delovanja sil na daljavo kot interakcij med delci. Izmed štirih znanih interakcij, ki so: gravitacija, elektromagnetna sila, močna jedrska sila in radioaktivna šibka jedrska sila, so v SM vključene le zadnje tri. Vsaka izmed njih ima v kvantni teoriji polja svoj lasten mediator oz. prenašalec, ki to silo prenaša. Za primer elektromagnetne sile so ti mediatorji fotoni. Električno nabita delca preko njih med seboj interagirata na način medsebojne izmenjave kvantov virtualnih<sup>5</sup> fotonov, kot prikazuje primer Feynmanovega diagrama<sup>6</sup> za interakcijo med elektronom in pozitronom na sliki 2.2. S konceptom



**Slika 2.2.:** Feynmanova diagrama EM interakcije med elektronom in pozitronom. Posamezne diagrame beremo v smeri od leve proti desni; kakor tudi kaže časovna puščica. Velja, da so antidelci delci, ki potujejo nazaj v času. Levi diagram prikazuje anihilacijo elektrona in njegovega antidelca v foton, ki nato tvori nov par antidelcev. Desni diagram prikazuje interakcijo med delcema, ki poteka preko izmenjave fotona. Procesa v diagramih sta si povsem različna, saj se delca pri levem primeru stakneta, kar se pri desnem nikoli zgodi.

mediatorja lahko skozi podoben mehanizem razložimo ostale sile. Za močno jedrsko silo vpeljemo gluone  $g$  in za šibko silo vektorske<sup>7</sup> bozone  $W^\pm$  in  $Z$ . Gluoni mediirajo med delci z barvnim nabojem,

<sup>2</sup>Nekateri masivni delci razpadejo v manj kot  $10^{-10}$  sekunde, zato so težje opazljivi in posledično nam bolj tuji.

<sup>3</sup>Barvni naboj sestavljenih prostih delcev je enak 0. Tako je hadron barvno nevtralen, če vsebuje tri kvarke posameznih barv  $R, G$  in  $B$  (oz. antibarv) in podobno za dva kvarka z barvno kombinacijo barve in njene antibarve  $R\bar{R}, G\bar{G}$  ali  $B\bar{B}$ .

<sup>4</sup>Kvarkom, ki določajo kvantna števila hadronom, pravimo, da so valenčni. Poleg njih naj bi lahko vsak sestavljen delec vseboval poljubno število t.i. virtualnih kvarkov, ki ne vplivajo na njegovo kvantno število.

<sup>5</sup>Virtualni jim pravimo zato, ker si "z dovoljenjem" načela nedoločenosti lahko za kratek čas  $\Delta t$  izposodijo ustrezno energijo  $\Delta E$ . Kot taki ne morejo biti neposredno opazljivi. To pomeni, da njihove energije ali gibalne količine ne moremo izmeriti, saj bi to pomenilo kršitev temeljne zahteve po ohranitvi fizikalnih količin energije in gibalne količine.

<sup>6</sup>Tovrstni diagrami so poimenovani po ameriškem fiziku in matematiku Richardu Phillipsu Feynmanu, ki jih je vpeljal leta 1948. So računski pripomoček v kvantni teoriji polja, s katerimi računamo sipalne preseke interakcij med delci. Sestavljeni so iz črt, ki se stikajo v singularnih točkah razpadov t.i. verteksih. V verteksih se v interakcijah ohranjajo fizikalne količine in v njih se pridelajo enačbe.

<sup>7</sup>Vektorski bozoni imajo enako število neodvisnih spinskih stanj  $(-\hbar, 0, +\hbar)$ , kot je komponent vektorja prostora. Kvantne superpozicije le teh je (prav tako kot vektorje) mogoče transformirati z uporabo rotacije.

medtem ko vektorski bozoni delcem spreminjajo okus in edini omogočajo prehode med generacijami. Našteti mediatorji se razlikujejo glede na nekatere lastnosti, skupna jim je le vrednost spina, ki je za vse enaka 1. Vsem delcem s celoštevilsko vrednostjo spina pravimo bozoni. Tako kot fermioni imajo vsak svoj antidelec; z izjemo fotonov, ki so antidelci sami sebi. Umeritveni bozoni so skupaj s tremi že omenjenimi družinami kvarkov in leptonov prikazani na sliki 2.1.

Pri radiativnem razpadu mezona  $B$  sta osrednjega pomena elektromagnetna in šibka interakcija. Vektorski bozon  $W^\pm$  kvarku  $b$  spremeni okus v kvark  $t$  in ta izseva foton, ki odnese višek energije še preden  $W^\pm$  taistemu kvarku  $t$  ponovno spremeni okus v tokrat lažji kvark  $d$  ali  $s$ .

### 2.1.3. Ohranjene količine in simetrije

Kot je bilo že omenjeno, ima SM določene simetrije. Te se izražajo skozi ustrezne ohranitvene fizikalne zakone in slednje lahko eksperimentalno preverjamo. Nekaj eksaktnih ohranitvenih zakonov, katerih kršenja doslej še niso opazili, in nekaj približnih ohranitvenih zakonov, ki veljajo samo v določenih situacijah oz. približkih, je navedenih v tabeli 2.2.

**Tabela 2.2.:** V levi strani tabele so navedeni eksaktni ohranitveni zakoni in v desni približni.

Eksaktni ohranitveni zakoni	Približni ohranitveni zakoni
ohranitev mase in energije	ohranitev mirovne mase
ohranitev gibalne količine	ohranitev T simetrije
ohranitev vrtilne količine	ohranitev P simetrije
ohranitev CPT simetrije	ohranitev C simetrije
ohranitev električnega naboja	ohranitev CP simetrije
ohranitev barvnega naboja	ohranitev okusa
ohranitev šibkega isospina	ohranitev barionskega števila
ohranitev verjetnosti	ohranitev leptonskega števila

Grobo predstavljeni SM je, ob upoštevanju ohranitvenih zakonov v gibalnih enačbah, sposoben opisati in konsistentno razložiti zelo širok nabor eksperimentalnih podatkov. Kljub temu pa obstaja kar nekaj vprašanj, na katere v okviru SM ne najdemo odgovora. Nekaj izmed njih je naštetih spodaj:

- SM ne vključuje teorije gravitacije.
- Ne vključuje zadostne razlage izmerjenih nevtrinskih oscilacij in posledične neničelne mase nevtrinov.
- Ne vključuje črne snovi in ne pojasni njenega izvora z ustreznim delcem, ki bi imel vse potrebne lastnosti izpeljane iz kozmoloških opazovanj.
- Ne pojasni izotropije in homogenosti opazovanega vesolja oz. pospešenega širjenja vesolja in temne energije, ki naj bi po standardnem kozmološkem modelu temu botrovala.
- Napovedana kršitev CP simetrije ne uspe razložiti prevlade snovi nad antisnovjo v vesolju. Kmalu po velikem poku naj bi bila ravno ta kršitev eden izmed potrebnih pogojev<sup>8</sup> za to, da vesolje sestavlja skoraj izključno snov (delce) in nič antisnovi (antidelcev).
- Prav tako SM ne pojasnjuje svoje notranje zgradbe, saj jo nenazadnje držijo skupaj prosti parametri z nepojasnenimi vrednostmi, ki so povsem nepovezane in arbitrarne.

<sup>8</sup>Trije pogoji Sakharova, za dinamični razvoj vesolja iz simetričnega razmerja v prevlado materije nad antimaterijo, zahtevajo interakcije, ki kršijo načelo ohranitve barionskega števila in načelo ohranitve CP simetrije. Poleg tega predvidevajo, da je bilo vesolje pahnjeno iz termodinamskega ravnovesja.



Vsi ti problemi nakazujejo na dejstvo, da SM ni dokončna teorija in da morajo pri višjih energijskih skalah (doslej nedosegljivih v eksperimentih) obstajati novi delci in interakcije NF, ki jih SM ne vključuje. Iskanje signalov NF je ena glavnih motivacij delujočih in prihajajočih eksperimentov v fiziki visokih energij. V grobem lahko NF iščemo na dva, sicer komplementarna načina: S premikanjem eksperimentov višje po energijski lestvi (visokoenergijski trki) in pa z vse natančnejšimi meritvami pojavov pri nižjih energijah.

Motivacija diplomske naloge se posredno dotika tudi simetriji parnosti P in konjugacije naboja C, ki v tandemu transformacije CP omogočata razločitev snovi od antisnovi. V tabeli 2.2 je simetrija CP uvrščena med približne ohranitvene zakone, saj se v razpadnih procesih, ki potekajo preko šibke jedrske sile, ne ohranja. Kot je bilo omenjeno, je ta kršitev ena pomembnih premis v razlagi razvoja vesolja, vendar je glede na opis, ki ga ponuja SM, njen prispevek neustrezen. Kršitev simetrije CP zaradi potencialnih procesov NF se lahko pokaže preko morebitnih dodatnih faz matrike Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, ki je opisana v nadaljevanju. Kot bo pokazano, lahko razmerja nekaterih njenih elementov merimo z več komplementarnimi pristopi (vključno s preučevanjem radiativnih razpadov mezonov  $B$ ), na katere lahko NF vpliva na različne načine. S primerjavo rezultatov dobljenih z različnimi metodami lahko tako preverimo konsistentnost SM, oziroma iščemo dokaze o prisotnosti procesov in delcev zunaj njega. V interesu je torej, da so elementi matrike CKM čim natančneje preučeni.

## 2.2. Model CKM

Naj začnemo s preprostejšim Cabibbovim primerom opisa šibkih interakcij, ki tudi zgodovinsko precedira mehanizmu CKM. Pri opisu SM je navedenih šest okusov kvarkov, vendar so bili v času njihove vpeljave<sup>9</sup> znani samo trije, in sicer  $u$ ,  $d$ , in  $s$ . Po manj kot letu dni so se, z namenom izboljšati opis šibke interakcije, pojavili modeli s četrtem kvarkom  $c$ , ki je bil čez deset let tudi odkrit. Znano je bilo tudi, da šibka interakcija leptonom spreminja okus le znotraj družine, pri kvarkih pa so opazili tudi prehode med družinami. Zato je leta 1963 italijanski fizik Nicola Cabibbo želel opaženo ustrezno matematično opisati [3].

Kvarke iz baze operatorja okusov je razvil po bazi lastnih stanj šibke interakcije, ki se sklaplja z njenimi umeritvenimi bozoni  $W$ . Za prvi dve družini to formuliramo kot

$$d' = V_{ud} \cdot d + V_{us} \cdot s \quad \text{in} \quad s' = V_{cd} \cdot d + V_{cs} \cdot s, \quad (2.1)$$

kjer  $d'$  in  $s'$  postaneta ortogonalni kombinaciji lastnih stanj okusov  $d$  in  $s$ . Koeficienti  $V_{ij}$  so povezani z relativno verjetnostjo razpada  $|V_{ij}|^2$  kvarkov  $j = d, s$  v kvarke  $i = u, c$  in so eksperimentalno določeni. Kot je to storil Cabibbo, lahko koeficiente parametriziramo z enim kotom  $\Theta_c$  na način

$$d' = \cos \Theta_c \cdot d + \sin \Theta_c \cdot s \quad \text{in} \quad s' = -\sin \Theta_c \cdot d + \cos \Theta_c \cdot s. \quad (2.2)$$

Po njem poimenovani Cabibbov kot lahko iz izmerjenih koeficientov  $V_{ij}$  izračunamo po enačbi

$$\tan \Theta_c = V_{us}/V_{ud}. \quad (2.3)$$

Preslikavi lahko pregledneje zapišemo tudi v obliki unitarne<sup>10</sup> Cabibbove rotacijske matrike

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_c & \sin \Theta_c \\ -\sin \Theta_c & \cos \Theta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

<sup>9</sup>Prvi model kvarkov sta leta 1964 uvedla fizika Murray Gell-Mann in George Zweig, da bi z njimi razložila lastnosti množice do takrat odkritih sestavljenih delcev.

<sup>10</sup>Matrika  $V$  je unitarna, v kolikor med njenimi stolpci in vrsticami velja ortogonalna zveza  $V^\dagger V = VV^\dagger = I$ .

Nadaljnje uglasčevanje opisa šibkih procesov z eksperimentalnimi rezultati, je prineslo napoved še zadnje generacije kvarkov  $t$  in  $b$ . Leta 1973 sta sistem treh družin s po dvema kvarkoma uvedla japonska fizika Makoto Kobayashi in Toshihide Maskawa [4], da bi z njim razložila opažene kršitve simetrije CP pri šibkih interakcijah. Tretjo generacijo kvarkov so kasneje tudi opazili, vendar je minilo več kot dvajset let, preden je bil eksperimentalno potrjen še zadnji in seveda najtežji izmed njih, kvark  $t$ .

Če sistem  $2 \times 2$  razširimo na vse do sedaj opažene kvarke, kot sta to storila Kobayashi in Maskawa, dobimo unitarno  $3 \times 3$  matriko imenovano matrika Cabibbo–Kobayashi–Maskawa

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Ob upoštevanju unitarnosti<sup>11</sup> ugotovimo, da ima matrika devet prostih parametrov. Med njimi so trije koti in šest kompleksnih faz. Od slednjih jih lahko pet odstranimo z redefinicijo relativnih faz kvarkovskih polj, da dobimo eno samo kompleksno fazo (t.i. fazo Kobayashi-Maskawa), katera je edini vir kršitve simetrije CP v SM. Tako končamo s štirimi parametri CKM matrike, ki na eleganten način povzemajo relativne jakosti sklopitev pri šibkih razpadih in napovedujejo korelacije med slednjimi ter kršitvami CP simetrije.

Eksperimentalno posebej prikladen način parametrizacije matrike CKM je predstavil Lincoln Wolfenstein [5]. Glede na standardno parametrizacijo je definiral štiri parametre  $\lambda$ ,  $A$ ,  $\rho$ , in  $\eta$ . Po parametru  $\lambda = |V_{us}|$  je do tretjega reda razvil njene matrične elemente in dobil le približek k standardni verziji. Tako razvita matrika ima obliko

$$\begin{bmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + \sigma(\lambda^4), \quad (2.6)$$

kjer so  $A$ ,  $\rho$ , in  $\eta$  realni koeficienti reda velikosti 1. Kršitev CP je mogoče določiti iz faznega člana  $\rho - i\eta$  z neničelnim imaginarnim delom.

Še enkrat velja poudariti, da so elementi matrike prosti parametri SM in jih moramo določiti z eksperimentom. Koeficienti matrike CKM imajo trenutno izmerjene vrednosti [6]

$$\begin{bmatrix} |V_{ud}| = 0.97446 \pm 0.00010 & |V_{us}| = 0.22452 \pm 0.00044 & |V_{ub}| = 0.00365 \pm 0.00012 \\ |V_{cd}| = 0.22438 \pm 0.00044 & |V_{cs}| = 0.97359^{+0.00010}_{-0.00011} & |V_{cb}| = 0.04214 \pm 0.00076 \\ |V_{td}| = 0.00896^{+0.00024}_{-0.00023} & |V_{ts}| = 0.04133 \pm 0.00074 & |V_{tb}| = 0.999105 \pm 0.000032 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Mešalni koeficienti na diagonali so tisti, ki opisujejo mešanje med kvarki iz iste družine. Njihove izmerjene vrednosti so blizu 1 in precej večje od ostalih nediagonalnih členov. To pomeni, da so prehodi med kvarki znotraj družine najverjetnejši in prehodi med različnimi družinami zelo redki.

Z uporabo zgornjih koeficientov matrike CKM lahko določimo vrednosti Wolfensteinovih parametrov [6] (in obratno)

$$\lambda = 0.22453 \pm 0.00044, \quad A = 0.836 \pm 0.015, \quad \rho = 0.122^{+0.018}_{-0.017}, \quad \eta = 0.355^{+0.012}_{-0.011}. \quad (2.8)$$

Izmerjene vrednosti so nam v pomoč pri preverjanju napovedi SM. Če je matrika CKM res unitarna, torej z devetimi prehodi med šestimi kvark opiše vse pojave šibke interakcije, morajo njeni elementi zadoščati ortogonalnim zvezam

<sup>11</sup>Kompleksna unitarna matrika dimenzije  $N \times N$  potrebuje  $N^2$  realnih parametrov za njeno enolično določitev.

$$\sum_k V_{ki} V_{kj}^* = \delta_{ij} . \quad (2.9)$$

Če zgornje produkte  $V_{ki} V_{kj}^*$  predstavimo kot vektorje v kompleksni ravnini, nam vsote, za katere velja  $i \neq j$ , podajo pogoj

$$\sum_k V_{ki} V_{kj}^* = 0 , \quad (2.10)$$

ki opisuje t.i. unitarni trikotnik, prikazan na sliki 2.3. Možne so tri neodvisne izbire koeficientov  $i$  in  $j$ . To pomeni, da obstajajo trije unitarni trikotniki. Njihove oblike so lahko različne, vendar morajo biti njihove površine pri vseh enake; kar lahko povežemo tudi s parametrom faze in posledično kršenjem CP simetrije. Tako so tri stranice in trije koti unitarnih trikotnikov (pri vsakem od njih določeni z ustreznimi kombinacijami razmerji CKM koeficientov  $V_{ij}$ ) odprti za eksperimentalno preučevanje.

Določanje koeficientov CKM matrike je tako ena najpomembnejših eksperimentalnih dejavnosti v fiziki osnovnih delcev, saj omogoča preverjanje skladnosti SM. Čeprav izpeljava elementov CKM iz eksperimentalnih opazljivk po predpostavki nujno izključuje prispevek procesov NF iz neodvisnih virov zunaj SM (kljub temu, da lahko slednji k opazljivkam spreminjanja okusov preko šibkega toka prispevajo v istem redu) in je posledično iz takšnih meritev zelo težko razločiti vsak potencialni doprinos morebitnih procesov NF, pa bi nam v primeru, da morebitni procesi NF različno vplivajo na različne tipe razpadov, primerjava razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  pridobljenega po različnih metodah, zagotovila robusten test za potrditev konsistence CKM paradigme SM, in obratno, ponudila občutljiv mehanizem za odkrivanje prisotnosti procesov NF.

## 2.3. Razmerje $V_{td}/V_{ts}$

Matrična elementa  $|V_{td}|$  in  $|V_{ts}|$  sta dva od štirih najmanjših parametrov matrike CKM (kot je razvidno iz matrike (2.7)) in tako opisujeta procese, ki so zelo malo verjetni. Direktna določitev njunih vrednosti je mogoča z opazovanjem procesov, v katerih kvark  $t$  preko šibke interakcije z izsevanjem bozona  $W$  spremeni okus kot  $t \rightarrow W^+ d$  oz.  $t \rightarrow W^+ s$ . Takšna meritev zahteva uporabo trkalnikov, ki delujejo na energijski skali nekaj TeV (npr. LHC<sup>12</sup>), da zagotovi dovolj energije za tvorbo težkih kvarkov  $t$ . Z vidika redkosti teh procesov ob veliki prisotnosti ozadja pa je direktna meritev tehnično zelo zahtevna. Vrednosti obeh elementov CKM so tako v večji meri določene z drugačnimi pristopi, kot so npr. meritve razpadnih širin in asimetrij CP v sistemu mezonov  $B$ . Trenutno ju lahko eksperimentalno določimo le z indirektnima metodama. Z meritvijo razvejitvenih razmerij radiativnih razpadov mezonov  $B \rightarrow X_{s,d} \gamma$ , lahko določimo razmerje elementov  $|V_{td}/V_{ts}|$  matrike CKM, medtem ko oscilacije  $B^0 - \bar{B}^0$  z  $B_{d,s}$  mešanjem preko virtualnih kvarkov  $t$  omogočajo neodvisno določitev vrednosti  $|V_{td}|$  in  $|V_{ts}|$ . Tovrstne meritve so si torej komplementarne in s primerjavo rezultatov obeh metod je mogoče preveriti konsistentnost SM. V nadaljevanju je na kratko predstavljen princip meritve razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  v radiativnih razpadih, čemur sledi še predstavitev aktualnih rezultatov meritev vrednosti  $|V_{td}/V_{ts}|$ .

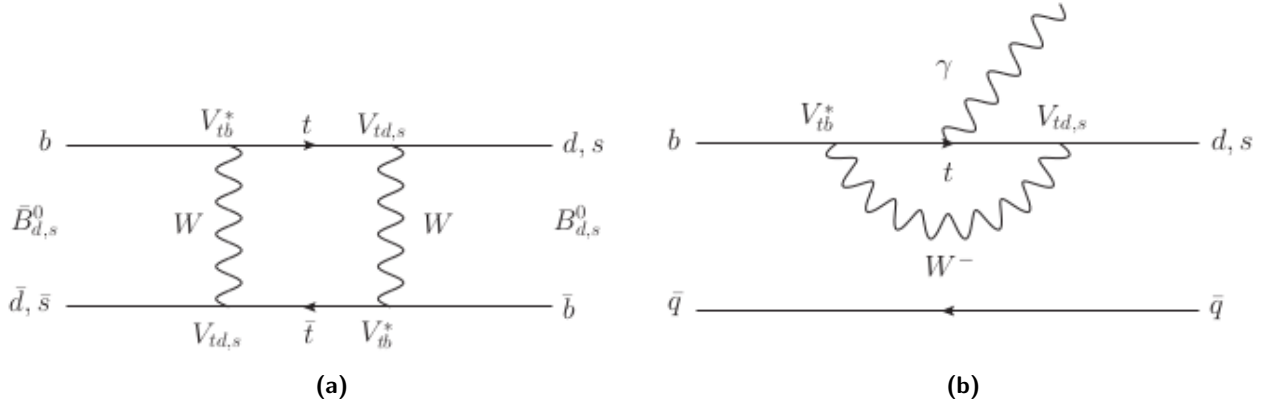
### 2.3.1. Radiativni razpadi

Kot sem že omenil, so mezoni  $B(\bar{B})$  sestavljeni delci iz kvarka  $\bar{b}(b)$  v kombinaciji z enim od lažjih kvarkov  $\bar{u}(u)$ ,  $\bar{d}(d)$ ,  $\bar{c}(c)$  ali  $\bar{s}(s)$ . V magistrskem delu so analizirani le razpadi lažjih nevtralnih mezonov  $B^0$  sestavljenih iz kombinacije kvarkov  $d\bar{b}$ , ki poleg najlažjih nabitih mezonov  $B^\pm$  iz kombinacije

<sup>12</sup>Krajše za ang. Large Hadron Collider, ki je visokoenergijski trkalnik delcev v CERN-u v Švici.



mezonov sestavljenih iz kvarkov druge in tretje generacije je naštetih v tabeli A.1 dodatka **A**. V magistrskem delu sem se osredotočil na analizo meritev razvejitenih razmerij radiativnih razpadov tipa  $B \rightarrow X_{s,d} \gamma$ . Ti razpadi v SM potekajo izključno preko diagramov z zankami, kot prikazuje Feynmanov diagram na sliki 2.4(b). V našem primeru kvark  $b$  preko emisije virtualnega šibkega bozona  $W$  in kvarka  $t$  razpade na foton in kvark  $s$  ali  $d$ . Kot je razbrati iz Feynmanovega diagrama, sta tudi v ta proces vpletena elementa  $V_{td}$  in  $V_{ts}$  matrike CKM.



**Slika 2.4.:** Na sliki (a) je prikazan škatlasti diagram  $B^0 - \bar{B}^0$  oscilacije z izmenjavo virtualnih kvarkov  $t$  pri  $B_{d,s}$  mešanju. Možni kombinaciji kvarka in dveh antikvarkov, ki sestavljata mezon  $\bar{B}^0$ , si izmenjata vektorski bozon  $W^-$  ter spremenita okus v virtualna kvarka  $t$  ter  $\bar{t}$ . Slednja nato ravno tako z  $W^-$  šibko interagirata v ustrezni kombinaciji okusov, ki lahko tvorita  $B^0$  mezon. Feynmanov diagram na sliki (b) prikazuje radiativni razpad z zanko. Kvark  $b$  izseva vektorski bozon  $W^-$  in spremeni okus v virtualni kvark  $t$ , ki izseva foton (radiativnost). Kvark pri tem izgubi nekaj energije in nadalje spet interagira z  $W^-$  ter spremeni okus v enega od lažjih kvarkov  $d$  ali  $s$ . Antikvark  $\bar{q}$  je v tej šibki interakciji udeležen le kot opazovalec, vendar lahko s končnim kvarkom tvori ustrezni lažji mezon. Iz diagramov  $B_{d,s}$  mešanja in radiativnega razpada je v verteksih zanke opaziti vpletenost elementov  $V_{td}$  in  $V_{ts}$  matrike CKM.

Pri rekonstrukciji tovrstnih razpadov lahko v osnovi uporabimo dva različna pristopa: t.i. inkluzivno ali ekskluzivno rekonstrukcijo. Inkluzivne razpade označujemo npr. kot  $B \rightarrow X_s \gamma$ , kjer  $X_s$  predstavlja vsa možna hadronska končna stanja iz kvarkov nastalih po načinu  $b \rightarrow s \gamma$  in spektatorskih  $u$  ter  $d$  kvarkov. Nasprotno ekskluzivne razpade določa že znano hadronsko končno stanje, ki ga za npr. razpad v mezon  $K^{*0}$  zapišemo kot  $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$ . V magistrskem delu se za izračun razmerja elementov  $|V_{td}/V_{ts}|$  poslužimo ekskluzivne rekonstrukcije.

### Ekskluzivna rekonstrukcija radiativnih razpadov

Izmed možnih radiativnih razpadov mezonov  $B^0$  izberemo razpadno verigo z mezonom  $K^{*0}$  sestavljenim iz kvarkov  $d\bar{s}$

$$B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$$

$$\quad \sqsubset \quad K^{*0} \rightarrow K^+ \pi^-$$

in razpadno verigo z mezonom  $\rho^0$  iz kombinacije kvarkov  $u(\bar{u})d(\bar{d})$

$$B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$$

$$\quad \sqsubset \quad \rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-.$$

Nekatere lastnosti vseh navedenih delcev obeh izbranih razpadnih načinov so predstavljene v tabeli 2.3. Z ekskluzivno rekonstrukcijo razpadnih načinov določimo razvejiteni razmerji razpadov  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma)$  in  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma)$ . Doslej izmerjene vrednosti razvejitenih razmerij razpadov

**Tabela 2.3.:** Osnovne lastnosti delcev uporabljenih pri rekonstrukciji radiativnih razpadov.[6]

delec	kvarkovska sestava	masa [MeV/c <sup>2</sup> ]
$B^0$	$d\bar{b}$	$5279.64 \pm 0.13$
$K^{*0}$	$d\bar{s}$	$895.55 \pm 0.20$
$\rho^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$775.25 \pm 0.25$
$K^+$	$u\bar{s}$	$493.677 \pm 0.013$
$\pi^+$	$u\bar{d}$	$139.57018 \pm 0.0003$
$\pi^0$	$\frac{1}{2}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$134.9766 \pm 0.0006$

**Tabela 2.4.:** Razvejitevna razmerja verige obravnavanih razpadnih načinov.[6]

delec	razpadni način	razvejitevno razmerje $\mathcal{B}$
$\Upsilon(4S)$	$\rightarrow B^0$	$(48.6 \pm 0.6)\%$
	$\rightarrow B^\pm$	$(51.4 \pm 0.6)\%$
$B^0$	$\rightarrow K^{*0}\gamma$	$(4.18 \pm 0.25) \cdot 10^{-5} \%$
	$\rightarrow \rho^0\gamma$	$(8.6 \pm 1.5) \cdot 10^{-7} \%$
$K^{*0}$	$\rightarrow (K\pi)^0$	$\sim 100\%$
$\rho^0$	$\rightarrow \pi^+\pi^-$	$\sim 100\%$

začetnih ter vmesnih stanj so zbrane v tabeli 2.4, iz katere je očitno razvidno, da gre za razpadni verigi zelo redkih razpadov.

Izmerjeni razmerji z vrednostjo  $|V_{td}/V_{ts}|$  povezuje zveza

$$R(\rho^0\gamma/K^{*0}\gamma) = \frac{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0\gamma)}{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0}\gamma)} = S_{\rho^0} \left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right|^2 \frac{(M_B^2 - m_{\rho^0}^2)^3}{(M_B^2 - m_{K^{*0}}^2)^3} \zeta^2 [1 + \Delta R(\rho^0/K^{*0})], \quad (2.11)$$

kjer je  $S_{\rho^0} = 1/2$ ,  $m_{\rho^0}$  in  $m_{K^{*0}}$  sta masi mezonov  $\rho^0$  in  $K^{*0}$ ,  $\zeta = T_1^{\rho^0}(0)/T_1^{K^{*0}}(0)$  je razmerje oblikovnih faktorjev prehoda, faktor  $\Delta R$ , ki se globlje povezuje z elementi CKM matrike, pa je izračunan numerično. Izkaže se, da je za določitev  $|V_{td}/V_{ts}|$  najustreznejši nevtralni<sup>14</sup> razpad, saj v električno nabitem načinu v členu  $\Delta R$  prevladuje prispevek šibke anihilacije, ki vodi k večji negotovosti [2]. Pri računanju z razmerji opazljivk radiativnih razpadov sistematične negotovosti še zmanjšamo, saj se tako nekatere skupne količine potrebne za neodvisno določitev vrednosti  $|V_{td}|$  in  $|V_{ts}|$  v ulomku okrajšajo.

### 2.3.2. Rezultati že izvedenih analiz

V zadnjem času so postali na voljo nekateri parametri, potrebni za natančno določitev vrednosti  $|V_{td}/V_{ts}|$ . Meritve zbrane z detektorjema Belle in BaBar<sup>15</sup> so dodatno prispevale k izboljšanju natančnosti razvejitvenih razmerij inkluzivnih ter ekskluzivnih radiativnih razpadov  $B \rightarrow X_{(s,d)}\gamma$ . Tem rezultatom se je pridružil še napredek v numeričnih izračunih s kromodinamiko na mreži<sup>16</sup>, ki

<sup>14</sup>Mezon  $B$  v električno nabiti različici  $B^\pm$  radiativno razpade na mezon  $\rho^\pm$  in slednji dalje na par mezonov  $\pi^\pm\pi^0$ .

Tudi iz teh razpadnih načinov je mogoče določiti vrednost razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$ .

<sup>15</sup>BaBar je Belle-u soroden eksperiment v centru SLAC (krajše za ang. Stanford Linear Accelerator Center) National Accelerator Laboratory, ki deluje pod okriljem Univerze v Stanfordu za Oddelek za energijo v Kaliforniji.

<sup>16</sup>Kromodinamika na mreži je dobro utrjen neperturbativen numeričen pristop k reševanju problemov teorije kvantne kromodinamike kvarkov in gluonov. Temelji na izvrednotenju določenih popotnih integralov v diskretiziranem in končnem prostoru-času.

je povedel k dodatnim parametrom potrebnim za izluščenje vrednosti  $|V_{td}/V_{ts}|$  iz eksperimentalnih podatkov.

Aktualni rezultati izračunani po ekskluzivni rekonstrukcijski metodi, ki zajemajo podatke in analize opravljene pri Belle in BaBar, so predstavljeni v tabeli 2.5. V njej so zbrane vrednosti  $|V_{td}/V_{ts}|_i$  izračunane po enačbah ekskluzivne metode za sorodna razvejitevna razmerja določena po načinih analognih (2.11). Rezultati meritev so vnešeni ločeno za Belle in za BaBar ter za izpovprečene vrednosti.

**Tabela 2.5.:** Tabela vsebuje ekskluzivne rezultate razvejitvenih razmerij izračunanih pri Belle [8] in BaBar [9]. Pri Belle je prva negotovost statistična in druga sistematična, med tem ko BaBar navaja le skupno negotovost. Slednje velja tudi za izpovprečene rezultate v predzadnjem stolpcu. V zadnjem stolpcu tabele so iz združenih rezultatov obeh eksperimentov izračunane vrednosti  $|V_{td}/V_{ts}|_i$ , kjer prva negotovost predstavlja eksperimentalno negotovost, druga pa izvira iz teoretično določenih parametrov. V prihodnosti je pričakovati zmanjšanje eksperimentalne negotovosti, medtem ko teoretična negotovost ostane in lahko oteži interpretacijo odstopanj med vrednostmi  $|V_{td}/V_{ts}|_i$  iz drugih procesov.[2]

$i^{\pm,0}$	Belle	BaBar	Povprečne vrednosti	
	$R_{i^{\pm,0}} = \frac{\mathcal{B}(B^{\pm,0} \rightarrow i^{\pm,0}\gamma)}{\mathcal{B}(B^{\pm,0} \rightarrow K^{*\pm,0}\gamma)}$			$\left  \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right _{i^{\pm,0}}$
$\rho$	$0.0302^{+0.0060+0.0026}_{-0.0055-0.0028}$	$0.042 \pm 0.009$	$0.0341 \pm 0.0052$	$0.22 \pm 0.02 \pm 0.02$
$\rho^0$	$0.0206^{+0.0045+0.0014}_{-0.0043-0.0016}$	$0.024 \pm 0.006$	$0.0219 \pm 0.0037$	$0.26 \pm 0.02 \pm 0.03$
$\rho^+$		$0.030^{+0.012}_{-0.011}$		$0.198^{+0.039}_{-0.035} \pm 0.016^*$

\*Rezultat razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|_i$  ni izpovprečen, saj Belle nima primerljive analize.





## 3. Eksperiment Belle II

Eksperiment Belle II je postavljen v inštitutu KEK<sup>1</sup>, raziskovalnem centru v Tsukubi na Japonskem in je nadgradnja eksperimenta Belle. V osnovi ga sestavljata trkalnik elektronov in pozitronov SuperKEKB ter kompleksen detektor Belle II, vključno s sistemi za zajemanje, obdelavo ter shranjevanje zbranih podatkov. Oba sta podrobneje opisana v nadaljevanju.

### 3.1. Trkalnik elektronov in pozitronov SuperKEKB

Asimetrični trkalnik SuperKEKB trka gruče elektronov in pozitronov. Pot od elektronov in pozitronov do mezonov  $B$  se začne z linearnim pospeševalnikom LINAC<sup>2</sup>. Ta s pomočjo elektromagnetnih polj pospeši nabite delce k visokim hitrostim in s tem visokim energijam. Ko energiji posameznih žarkov dosežeta željeni končni vrednosti, se vsakega od njiju preusmeri v svoj shranjevalni obroč trkalnika. V obroču HER<sup>3</sup> v smeri urinega kazalca krožijo gruče elektronov z energijo  $E_{HER} = 7$  GeV, v drugem obroču LER<sup>4</sup> v nasprotni smeri krožijo pozitroni z energijo  $E_{LER} = 4$  GeV. Poti žarkov se sekata v t.i. interakcijski točki IP<sup>5</sup>, okrog katere je postavljen cilindrično simetričen detektor Belle II. Postavitev je prikazana na sliki 3.1.

Na vsakih nekaj tisoč trkov gruč v IP pride do interakcije med nasprotno nabitimi delci in lahko govorimo o dogodku. Energija žarkov je izbrana tako, da v težiščnem sistemu ustreza masi resonance  $\Upsilon(4S) = 10.58$  GeV, ki predstavlja vezano stanje kvarkov  $b\bar{b}$ . To stanje v več kot 96% razpade v para  $B^+B^-$  ali  $B^0\bar{B}^0$ . S tem dosežemo znaten presek za nastanek lažjih parov  $B\bar{B}$ , ki v težiščem sistemu resonance  $\Upsilon(4S)$  praktično obmirujejo in v času  $\sim 10^{-12}$  sekunde po nastanku nadalje razpadejo. Dolgožive razpadne produkte parov  $B\bar{B}$  zaznamo v detektorju preko njihove interakcije s snovjo, ki ga sestavlja.

Kljub uglasitvi trkalnika z resonanco  $\Upsilon(4S)$ , pri trkih še vedno v večini nastajajo pari lažjih kvarkov, ki tvorijo t.i. kontinuumsko ozadje  $q\bar{q}$ . Pri kontinuumskem ozadju gre za trke katerih energija se ne preusmeri v celoti v tvorjenje mase parov mezonov  $B$ , temveč v raznolikih procesih hadronizacije<sup>6</sup> tipa  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  nastajajo lažji delci. Pri rekonstrukciji radiativnega razpada lahko nekateri od delcev kontinuumskega ozadja v naključni kombinaciji s fotoni tvorijo lažne kandidate mezonov  $B$ , zato je večino kontinuumskega ozadja potrebno prepoznati tekom same analize meritev. Graf reakcijskih presekov obeh tipov dogodkov je prikazan na sliki 3.2.

#### 3.1.1. Luminoznost trkalnika

Za učinkovito in natančno analizo zelo redkih razpadov je potrebno zbrati čim večji vzorec meritev, zato je zelo pomembna karakteristika trkalnika SuperKEKB prav njegova visoka luminoznost. Luminoznost nam pove, kakšna je pogostost reakcij pri trkanju gruč iz obeh žarkov. Definirana je kot število dogodkov reakcije v časovnem intervalu pri njenem sipalnem preseku. Za trkalnik je podana z enačbo

<sup>1</sup>Krajše za jap. Kō Enerugi Kasokuki Kenkyū Kikō.

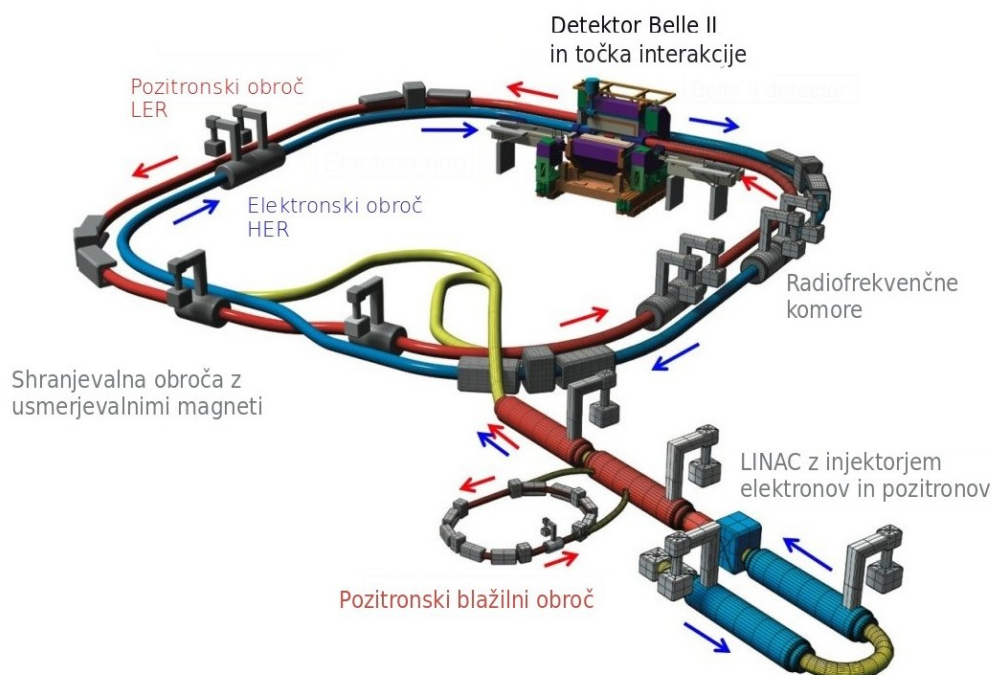
<sup>2</sup>Krajše za ang. LINear particle ACcelerator.

<sup>3</sup>Krajše za ang. High Energy Ring.

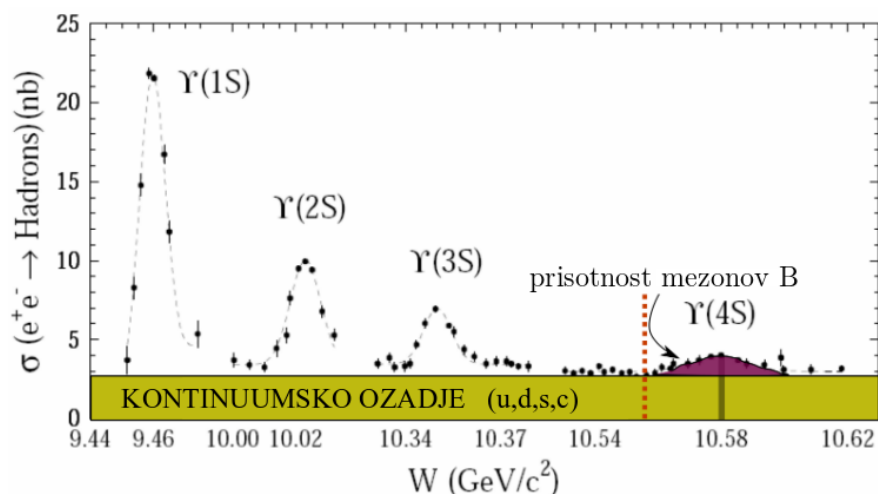
<sup>4</sup>Krajše za ang. Low Energy Ring.

<sup>5</sup>Krajše za ang. Interaction Point.

<sup>6</sup>Kvarki ne obstajajo kot prosti delci, saj so energijsko ugodnejše produkcije parov kvark-antikvark, kakor pa večanje razdalje med njimi. Takšni produkciji vezanih parov kvarkov pravimo proces hadronizacije, zaradi katerega pri visokoenergijskih trkih, namesto individualnih kvarkov, detektiramo pljuske že sestavljenih delcev - hadronov.



**Slika 3.1.:** Postavitev trkalnika SuperKEKB. Skoraj v celoti se nahaja 11 metrov pod zemljo, kjer delce sprva pospeši 600-metrski linearni pospeševalnik LINAC in jih nato usmeri v shranjevalna obroča HER in LER z obsegom 3 km. V času delovanja trkalnika je v vsakem od njiju okrog 2500 gruč elektronov oz. pozitronov dolžine 5 – 6 mm. Razdalja med sosednjima gručama posledično znaša približno 1.2 m. Tako so interakcije med sosednjimi gručami še vedno dovolj majhne, da tekom delovanja ne prihaja do neželenih efektov. Frekvenca njihovega kroženja po obroču je 508 MHz. Žarka se v izogib parazitskim trkom v IP sekata pod kotom 41.5 mrad. Okrog IP je nameščen detektor Belle II, ki beleži dogodke trkov. Slika je vzeta iz vira [10] in prilagojena.



**Slika 3.2.:** Graf energijskega spektra reakcijskih presekov resonanc  $\Upsilon(1S) - \Upsilon(4S)$  nastalih s trkanjem pospešenih  $e^+$  in  $e^-$ . Zeleni trak predstavlja prisotnost dogodkov kontinuumskega ozadja  $q\bar{q}$ . Ti so enakomerno porazdeljeni po tem delu energijskega spektra. S temno vijolično barvo je označeno območje resonance  $\Upsilon(4S)$  z vrhom pri vrednosti  $10.58 \text{ GeV}/c^2$ . Rdeča črtkana črta predstavlja kinematični prag za nastanek parov  $B\bar{B}$ . Slika je vzeta iz vira [11] in prilagojena.

$$\mathcal{L} = \frac{N_b n_{e^-} n_{e^+} \nu}{A_{eff}}, \quad (3.1)$$

kjer so  $A_{eff}$  efektivni sipalni presek območja transverzalnega prekrivanja gruč žarkov v IP,  $N_b$  število gruč, ki s frekvenco  $\nu$  krožijo v enem shranjevalnem obroču, količini  $n_{e^-}$  in  $n_{e^+}$  pa ustrezata številu  $e^-$  in  $e^+$  posamezne gruče. Načrtovana luminoznost trkalnika SuperKEKB je  $\mathcal{L} = 80 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , kar je precej več kot pri starejšem KEKB. Slednji je pred koncem obratovanja v letu 2010 dosegel rekordno vrednost  $\mathcal{L} = 2.0 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

Skupno število vseh ustvarjenih parov mezonov  $B$  tekom delovanja trkalnika določimo s časovnim integriranjem luminoznosti

$$N_{B\bar{B}} = \sigma_{B\bar{B}} \int \mathcal{L} dt. \quad (3.2)$$

Tu vzamemo za vrednost preseka tvorjenja  $B\bar{B}$  parov pri energiji resonance  $\Upsilon(4S)$  kar oceno  $\sigma_{B\bar{B}} \sim 1 \text{ nb}$ . Integrirana luminoznost je pri KEKB dosegla  $702 \text{ fb}^{-1}$ , kar ustreza okoli 772 milijonom razpadom  $B\bar{B}$  zaznamim z Belle detektorjem. Trenutno je to največji zbran vzorec mezonov  $B$ . KEKB je torej postavil tudi svetovni rekord za največjo doseženo integrirano luminoznost trkalnika, ki ga bo z nadgradnjo v SuperKEKB hitro presegel.

### 3.1.2. Žarkovno ozadje

Del žarka v trkalniku je izgubljen zaradi neželenih pojavov kot so:

- interakcija žarka z ostanki plina v cevi,
- sipanje med delci v gruči,
- radiativno sipanje  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  imenovano Bahbha,
- sinhrotronsko sevanje pospešujočih nabitih delcev.

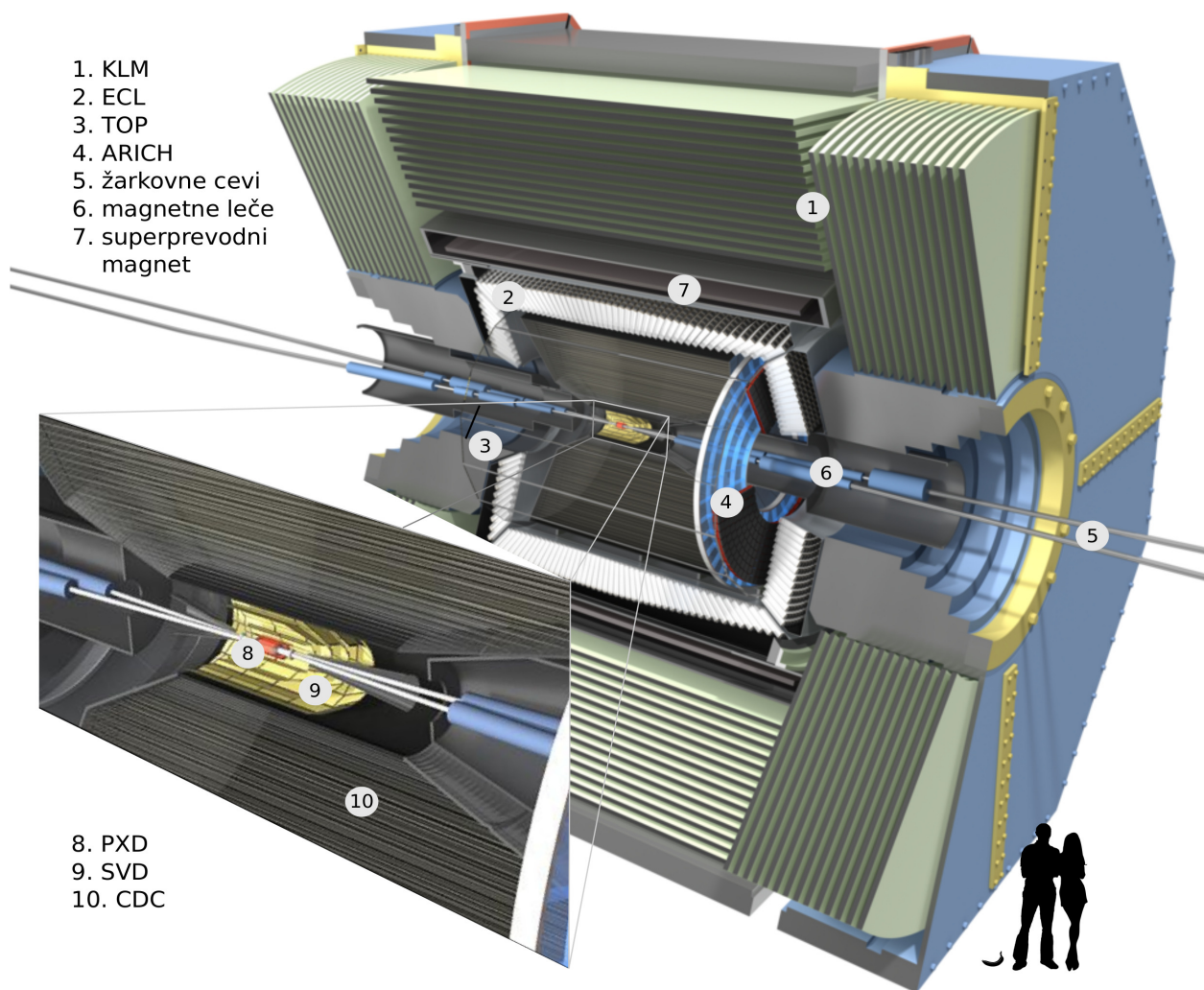
Ti procesi ovirajo delovanje trkalnika in detektorja in nam pri študijah mezonov  $B$  popačijo meritve. Delce, ki nastanejo kot posledica teh procesov, kolektivno imenujemo tudi žarkovno ozadje<sup>7</sup>. Povečanje luminoznosti tukaj postavi tudi svojo ceno, saj bo žarkovno ozadje pri Belle II v primerjavi z ozadjem predhodnika mnogokrat večje in bo imelo velik vpliv na učinkovitost rekonstrukcije dogodkov. To se še posebej kaže pri analizah izjemno redkih razpadov, kjer lahko povečanje vsakršnega ozadja izniči izboljšano signalno statistiko.

## 3.2. Detektor Belle II

Detektor Belle II je velik magnetni spektrometer nameščen v cilindrično simetrični konfiguraciji okrog IP. Z njim detektiramo dolgožive produkte trkov elektronov in pozitronov. To so nabiti delci  $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$ ,  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p^+$  ter nevtralni  $\gamma$ ,  $K_L^0$ . Običajno so ti delci razpadni produkti težjih delcev, ki nastanejo pri trkih; kot so na primer mezoni  $B$  in drugi kratkoživi hadroni, ki razpadejo v bližini IP. Razpad mezona  $B$  tako zaznamo le posredno, t.j. po rekonstrukciji iz njihovih detektiranih dolgoživih razpadnih produktov. Naloga detektorja Belle II je detekcija sledi omenjenih nabitih delcev, določitev njihove gibalne količine in njihova identifikacija, ter detekcija in meritev energije visokoenergijskih fotonov.

Belle II sestavljajo sloji merilnih naprav z različnimi funkcijami. Prikazani so na sliki 3.3 in podrobneje opisani v nadaljevanju. Homogeno magnetno polje z jakostjo 1.5 T v detektorju vzdržuje

<sup>7</sup>Tu gre večinoma za nizkoenergijske elektrone, pozitrone in fotone, ki nastanejo kot posledica trkov primarnih elektronov in pozitronov s cevjo ter ostalimi komponentami trkalnika.



**Slika 3.3.:** Detektor Belle z označenimi podsistemi. Postavljen je okrog interakcijske točke žarkov, ki krožita v obročih HER in LER. Slika je vzeta iz vira [10] in prilagojena.

velik cilindrični superprevodni magnet, ki zaobjema večino njegovih podsistemov. Magnetno polje ukrivi poti nabitih delcev nastalih blizu IP. Ti najprej prepotujejo polprevodniški točkovni detektor PXD<sup>8</sup> in silicijev detektor mesta razpada SVD<sup>9</sup>, ki sta namenjena merjenju mest/točk razpadov delcev in natančnemu določanju njihovih trajektorij v bližini IP. Delci nato vstopijo v osrednjo potovalno komoro CDC<sup>10</sup>, kjer preko ionizacije plina za seboj puščajo nadaljne sledi. Iz ukrivljenosti in smeri zavijanja le-teh lahko izračunamo gibalne količine delcev in jim določimo naboj. Podsistemi na zunanji strani osrednje potovalne komore so namenjeni identifikaciji delcev in detekciji nevtralnih delcev. Ločevanje med pioni in kaoni omogočata merilec časa propagacije TOP<sup>11</sup> in detektor obročev Čerenkova ARICH<sup>12</sup>. Vse skupaj obdaja še elektromagnetni kalorimeter ECL<sup>13</sup>, s katerim zaznamo fotone in identificiramo elektrone. Zunanji navitja magneta je le detektor KLM<sup>14</sup> namenjen detekciji kaonov  $K_L^0$  in identifikaciji mionov.

Meritve pokrijejo polarni kot od  $17^\circ$  do  $150^\circ$ , kar zajema 91% celotnega prostorskega kota.

<sup>8</sup>Krajše za ang. Pixel Detector.

<sup>9</sup>Krajše za ang. Silicon Vertex Detector.

<sup>10</sup>Krajše za ang. Central Drift Chamber.

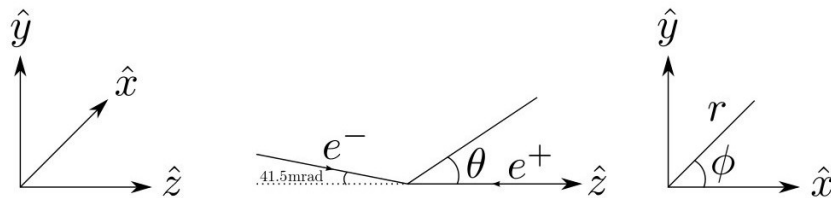
<sup>11</sup>Krajše za ang. Time Of Propagation.

<sup>12</sup>Krajše za ang. Aerogel Ring-Imaging Cherenkov detector.

<sup>13</sup>Krajše za ang. Electromagnetic Calorimeter.

<sup>14</sup>Krajše za ang. K-zero-Long and Muon detector.

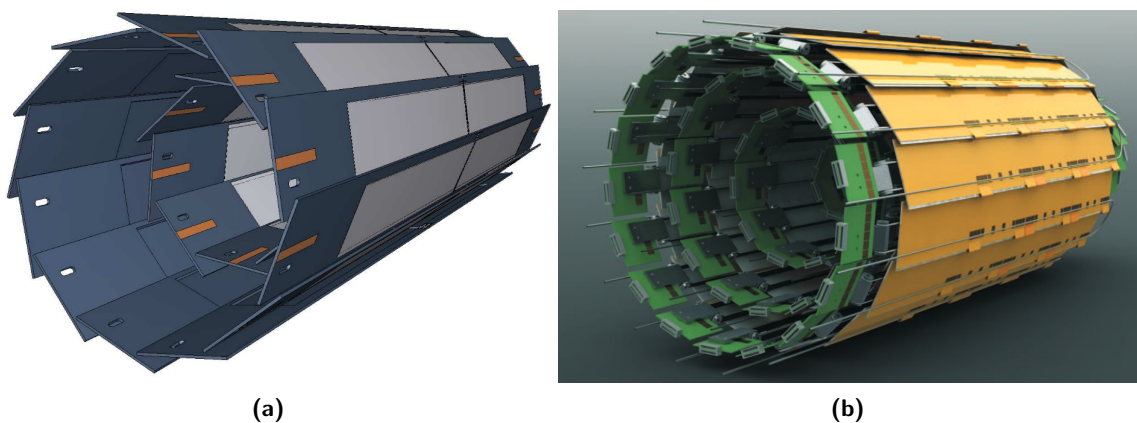
Uporabljen koordinatni sistem je definiran tako, da se točka trka nahaja v izhodišču. Os  $\hat{z}$  je usmerjena v nasprotni smeri žarka pozitronov,  $\hat{y}$  os pa kaže v smeri vertikale. Os  $\hat{x}$  v horizontalni ravnini je definirana kot  $\hat{x} = \hat{y} \times \hat{z}$ . Po potrebi se uporabljajo cilindrične koordinate  $(r, \varphi, z)$ , kjer je  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  in  $\varphi$  azimutni kot okrog osi  $\hat{z}$  v ravnini  $\hat{x}\hat{y}$ , ter sferične koordinate  $(r, \Theta, \varphi)$  s polarnim kotom  $\Theta$  glede na os  $\hat{z}$ , kot je prikazano na sliki 3.4.



**Slika 3.4.:** Skice definicij uporabljenih koordinatnih sistemov. Levo je prikazan kartezični in desno cilindrični koordinatni sistem. Kot  $41.5 \text{ mrad}$ , ki ga v IP oklepata žarka, je označen na srednji sliki.

### 3.2.1. Polprevodniški točkovni detektor (PXD)

Prvi sloj detektorja Belle II predstavlja poddetektorski sistem PXD. Z njim merimo mesta razpadov mezonov  $B$  in  $D$  ter leptonov  $\tau$ . Nameščen je najbližje žarkovni cevi in je sestavljen iz dvajsetih DEPFET<sup>15</sup> modulov razporejenih v dveh plasteh. Prikazan je na sliki 3.5(a).



**Slika 3.5.:** (a) Shema polprevodniškega točkovnega detektorja PXD. Vidna sta dva sloja 8-ih in 12-ih modulov s tankimi točkovnimi senzori prikazanimi v sivi barvi. Od središča sta oddaljena 14 mm in 22 mm. Radij žarkovne cevi meri 10 mm, kar pomeni, da je prvi izmed slojev detektorja od nje oddaljen le 4 mm. (b) Silicijev detektor mesta razpada SVD. Na sliki so vidni štirje sloji sestavljeni iz 8, 10, 14 in 17 skupaj 49-ih enot DSSD. Prvi notranji sloj je od središča oddaljen 3.8 cm, zunanji sloj, ki meji z osrednjo potovalno komoro, je nameščen na razdalji 14 cm od središča. Sliki sta vzeti iz vira [12].

### 3.2.2. Silicijev detektor mesta razpada (SVD)

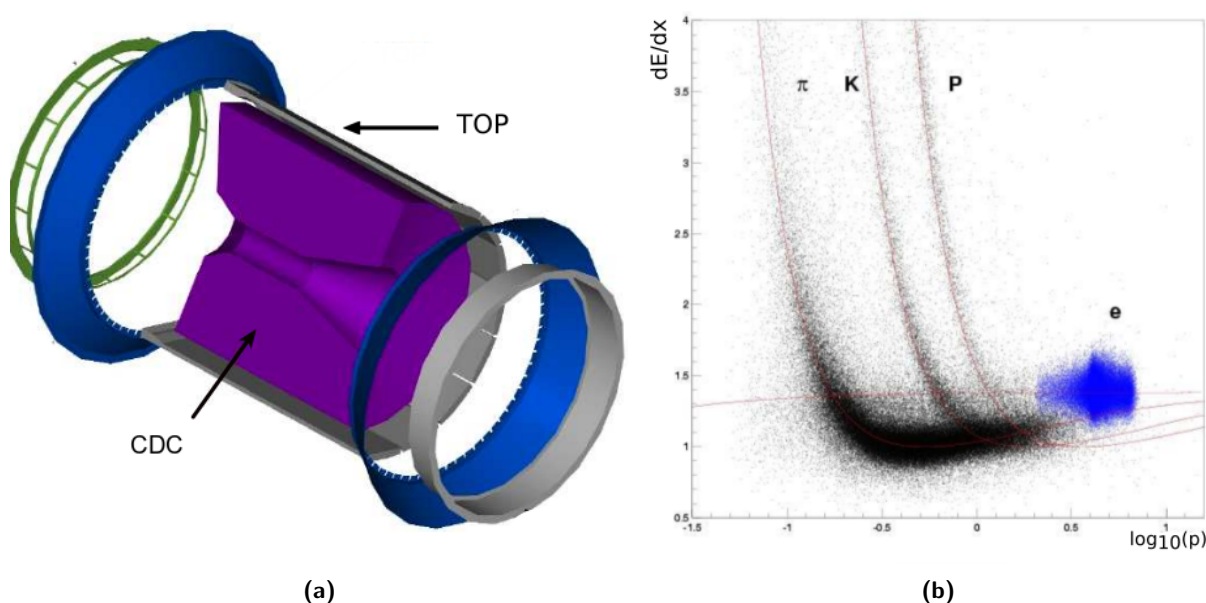
Detektor SVD, prikazan na sliki 3.5(b), omogoča učinkovito ekstrapolacijo v osrednji potovalni komori rekonstruiranih sledi do detektorja PXD in s tem določitev točk razpadov mezonov  $B$  in  $D$  ter leptonov  $\tau$ . S kombiniranjem informacij iz obeh polprevodniških detektorjev je možno prepoznati in zmanjšati število dogodkov ozadja v PXD. Dodatno ima SVD pomembno vlogo pri rekonstrukciji razpadov nevtralnih mezonov  $K_S$ , kateri zaradi relativno dolgega življenjskega časa večinoma razpadejo izven območja detektorja PXD.

<sup>15</sup>Krajše za ang. DEPLETED Field Effect Transistor.

Detektor SVD je postavljen nekaj centimetrov dlje od IP kot detektor PXD, zato je pri njem možna uporaba večjih trakovnih silicijevih senzorjev. Sestavljajo ga dvostranski moduli DSSD<sup>16</sup>, kateri imajo na eni strani trakove poravnane vzdolž modula, na drugi pa prečno nanj. To omogoča rekonstrukcijo točke preleta nabitega delca.

### 3.2.3. Osrednja potovalna komora (CDC)

Osrednja potovalna komora je večji poddetektor. Na notranji strani meji s SVD in na zunanji s sistemoma TOP in ARICH, kot je razvidno iz slik 3.3 in 3.6(a). Uporaba CDC omogoča določitev gibalne količine nabitim delcem preko rekonstrukcije njihovih sledi v magnetnem polju. Primer take sledi je prikazan na sliki 3.7. Obenem meri specifično ionizacijo  $dE/dx$  nabitih sledi, katera nam ob izmerjeni gibalni količini delca pomaga pri njegovi identifikaciji. Karakteristika specifične ionizacije vsakega od omenjenih delcev glede na vrednost logaritma vrednosti njihove gibalne količine je prikazana na sliki 3.6(b).



**Slika 3.6.:** (a) Shema osrednje potovalne komore CDC s katero so izmerjene ukrivljenosti poti nabitih delcev v magnetnem polju ter specifične ionizacije le-teh. Komoro obdajajo plošče naslednjega sloja detektorja TOP. Njena meritev pokriva kot  $17^\circ < \theta < 150^\circ$ . (b) Graf prikazuje primer karakteristike energijskih izgub v CDC za različne delce z gibalnimi količinami pod 1 GeV. Ločevanje med delci  $\pi$ , K, protoni in elektroni je v večjem delu grafa očitno. Prikazani podatki so bili zajeti z starejšo verzijo CDC, ki je bila nameščena v detektorju Belle. Slika (a) je vzeta iz vira [12] in slika (b) iz vira [13].

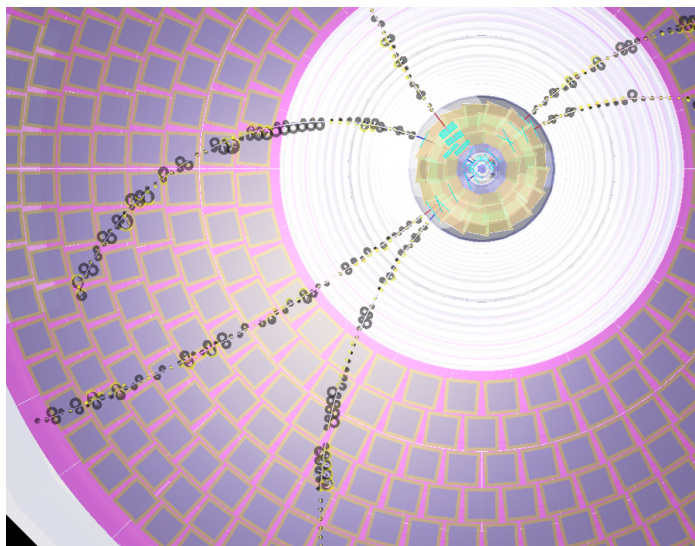
### 3.2.4. Merilec časa propagacije (TOP)

Z njim merimo čas propagacije Čerenkovih fotonov, ki nastanejo pri prehodu nabitih delcev skozi plošče iz kvarčnega sevalca Čerenkovih fotonov. Ko nabiti delci potujejo skozi medij s hitrostjo višjo od hitrosti svetlobe v njem, pričnejo sevati Čerenkove fotone pod t.i. Čerenkovim kotom, ki je odvisen od lomnega količnika snovi  $n(\lambda)$  in hitrosti nabitega delca

$$\cos \vartheta_c = \frac{1}{n(\lambda)\beta}. \quad (3.3)$$

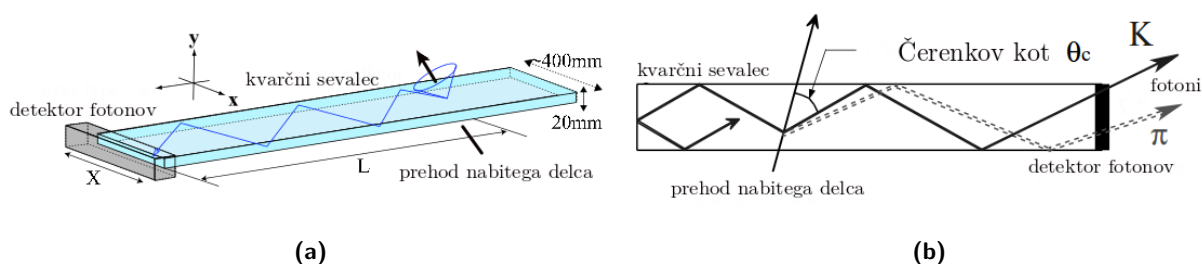
Izsevani fotoni se v kvarčnih ploščah interno odbijajo, dokler ne zadenejo fotonskih detektorjev

<sup>16</sup>Krajše za ang. Double-sided Silicon Strip Detectors.



**Slika 3.7.:** Prikaz koncepta detekcije in ekstrapolacije sledi nabitih delcev; gledano v prečnem preseku osrednjega dela detektorja. Sledi delcev se začnejo v IP, potekajo skozi detektorja PXD ter SVD in nadaljujejo v komori CDC, dokler ne prispejo do sistema TOP v plašču ali sistema ARICH na prednjem prečnem koncu komore CDC. ARICH je skiciran kot kolobar vijolične barve. Njegov notranji radij bo meril 41 cm in zunanji 114 cm, tako bo pokrival polarni kot med  $14.6^\circ < \Theta < 34.2^\circ$ . Kvadrati sive barve razporejeni v koncentrične kroge predstavljajo postavitev fotopomnoževalk HAPD s katerimi detektiramo Čerenkove fotone. Slika je vzeta iz vira [14].

nameščenih na enem izmed krajišč plošče, kot prikazuje slika 3.8. Tam mikrokanalne fotopomnoževalke izmerijo položaj zadetka  $(x, y)$  in čas propagacije fotonov, s čimer lahko rekonstruiramo Čerenkovo sliko delca. Ker imajo pri dani gibalni količini delci z različnimi masami različno hitrost, in posledično različne sevalne kote  $\vartheta_c$ , je pričakovan vzorec detektiranih fotonov v prostoru  $(x, y, t)$  odvisen od tipa delca. Tako lahko na podlagi primerjave opaženega in pričakovanega vzorca za različne delčne hipoteze ugotovimo za kateri tip delca gre.



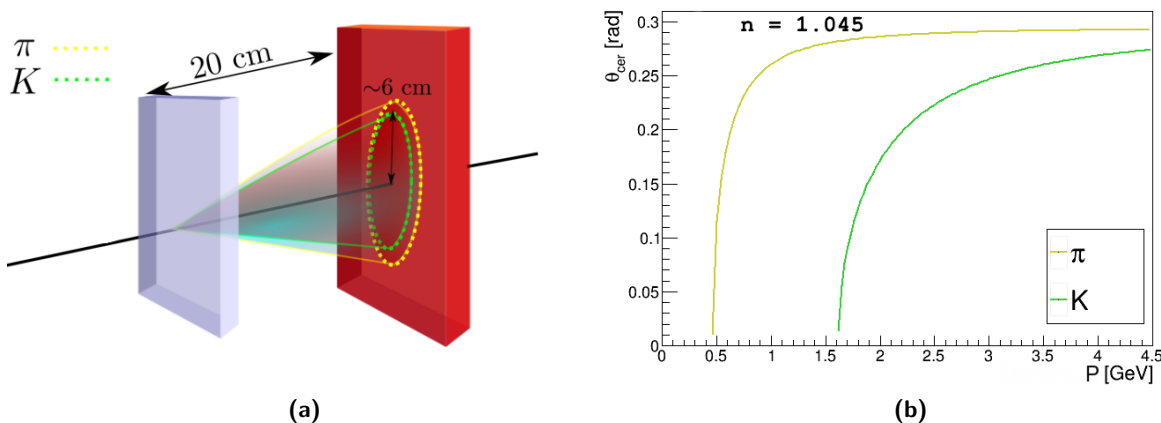
**Slika 3.8.:** Shemi prikazujeta koncept zgradbe in delovanja modulov detektorja TOP. Vsakega od njih sestavljajo fotopomnoževalke postavljene na krajiščih dveh staknjenih plošč s konkavnim zrcalom v njunem stičišču. Na shemi (a) sta prikazani trajektorija nabitega delca, ki izseva stožec Čerenkovih fotonov (označena s črno puščico) in trajektorija fotonov (označena z modro črto), ki se odbijajo znotraj sevalne plošče. Na shemi (b) je prikazan stranski pogled plošče z odbojno trajektorijo fotonov od mesta z konkavnim zrcalom na levem robu. Separacija izsevanih Čerenkovih fotonov temelji na razliki v velikosti njihovega Čerenkovega kota pri preletih različnih delcev. Po odbojnem zakonu so si različni tudi koti pri popolnih odbojih teh fotonov na meji plošč. Posledično Čerenkovi fotoni do fotopomnoževalk na koncu sevalne plošče propagirajo po trajektorijah, ki so za fotone piona in kaona različne. Sliki sta vzeti iz vira [12].

### 3.2.5. Detektor obročev Čerenkova (ARICH)

V smeri žarka HER pričakujemo delce z večjimi gibalnimi količinami. Ker imajo trki asimetrično energijo, je tudi porazdelitev razpadnih produktov asimetrična. Slednji zletijo večinoma v smeri naprej in le redki nazaj. V sprednjem koncu CDC je zato postavljen detektor ARICH. Namenjen je predvsem ločevanju med pioni in kaoni v širokem spektru gibalnih količin in dodatno ločevanju med pioni, elektroni ter mioni z gibalnimi količinami manjšimi od 1 GeV/c.

Sestavljen je iz dveh dveh ravnin cilindrične oblike, ki sta med seboj oddaljeni 20 cm. Prva je pokrita z dvema slojema aerogela, ki služita kot sevalec v katerem nabiti delci pri izpolnjenem pogoju (3.3) pod kotom  $\vartheta_c$  izsevajo Čerenkove fotone. Druga ravnina je pokrita s pozicijsko občutljivimi fotopomnoževalkami HAPD<sup>17</sup>, kot je shematično prikazano na sliki 3.7. Te so sposobne učinkovite in natančne detekcije posameznih fotonov in dobro delujejo tudi v visokih magnetnih poljih. Delci  $K$  in  $\pi$  pri dani gibalni količini v aerogelu pod različnima kotoma sevajo stožce fotonov, ki zadenejo ravnino s fotopomnoževalkami. Razlika med koti omogoča ločevanje med različnimi delci, saj stožci fotonov na zaslonu izrišejo kolobarje različnih dimenzij. Princip delovanja je prikazan na sliki 3.9(a). Odvisnost Čerenkovega kota od gibalne količine za pione in kaone prikazuje slika 3.9(b).

Ker je število primarnih Čerenkovih fotonov relativno majhno, je pričakovati precej ozadja zaradi sipanih Čerenkovih fotonov, tvorbe sekundarnih fotonov iz primarnih v samem sevalcu in njihove produkcije v drugih materialih detektorja. Moteči so tudi izvori iz žarkovne cevi in sam elektronski šum v elektroniki fotopomnoževalk.



**Slika 3.9.:** (a) Skica prikazuje princip delovanja sistema ARICH za ločevanje med nabitimi delci. Delci  $K$  in  $\pi$  v aerogelu pod različnimi koti sevajo stožce fotonov, ki zadenejo zaslon s fotopomnoževalkami. Z večanjem razdalje med cilindroma je razlika med karakterističnima krogoma na zaslonu večja. (b) Na grafu je prikazana odvisnost vrednosti Čerenkovega kota pionov in kaonov od njihove gibalne količine s katero preletijo prvi sloj sevalca. Sliki sta vzeti iz vira [15].

### 3.2.6. Elektromagnetni kalorimeter (ECL)

Zadnji sloj detektorskega sistema Belle II, ki ga še obdaja superprevodni magnet, je elektromagnetni kalorimeter ECL. Tovrstni detektor meri energije nabitih delcev preko vzbujanja anorganskega scintilatorja in omogoča neposredno detekcijo nevtralnih delcev. Njegove glavne naloge so:

- Učinkovita detekcija fotonov ter določitev njihove energije in vpadne smeri.
- Identifikacija elektronov.
- Generiranje ustreznega prožilnega signala zajem podatkov.

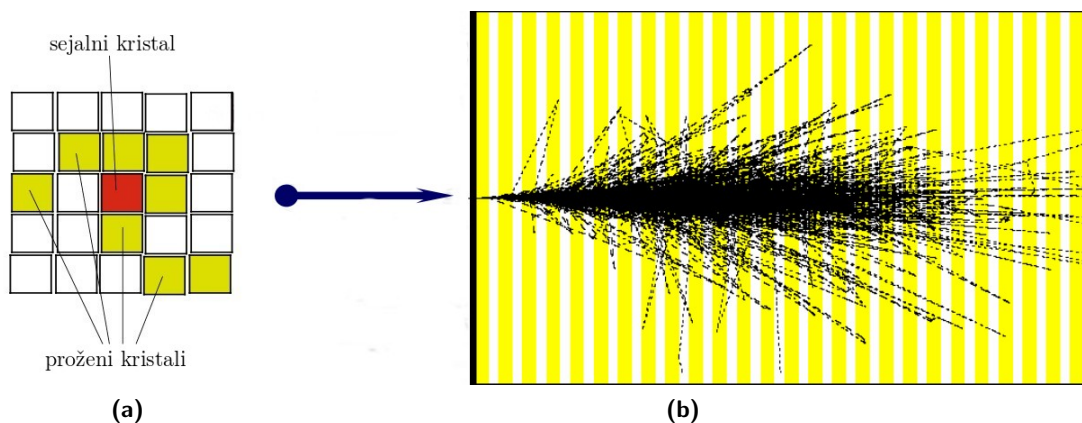
<sup>17</sup>Krajše za ang. Hybrid Avalanche Photo-Detector.



- Merjenje luminoznosti trkalnika SuperKEKB.

Sestavljen je iz podolgovatih scintilacijskih merilnikov, ki so tesno razporejeni v obliko valja okrog predhodnih detektorskih slojev, kot je razvidno iz slike 3.3 detektorja Belle II. Vsi so usmerjeni proti interakcijski točki, vendar malo nagnjeni glede na polarni in azimutni kot. Tako je preprečen morebitni pobeg signalnih delcev skozi stične točke med sosednjimi merilniki. Sprejem ECL pokriva polarni kot med  $12^\circ < \Theta < 155^\circ$ .

Ko visokoenergijski foton ali elektron zadane kristal, se njegova energija skozi proces zavornega sevanja in tvorjenja parov vrzel-elektron v njem deponira v obliki elektromagnetnih pljuskov; slednji so shematsko prikazani na sliki 3.10. Del te energije iz kristala zaznamo v obliki svetlobe, in sicer s fotodiodo nameščeno na njegovem koncu. Razmerje med odloženo energijo v kristalu in gibalno količino takega delca je blizu  $\sim 1$ . Za razliko od teh pa hadroni in mioni ne povzročajo EM pljuskov, temveč odložijo samo del svoje energije prek ionizacije, za kar je omenjeno razmerje  $E/p$  precej majhno. Na ta način torej zaznamo fotone, katerim pripišemo pljuske brez pripadajoče sledi v CDC, ter ločimo elektrone od hadronov.



**Slika 3.10.:** (a) CsI(Tl) kristali omogočajo merjenje prečnega profila proženih modulov. Prečni profil je dobljen iz pljuska razmazanega preko sosednjih scintilatorjev v radialnem pogledu (head on). Vsak kvadrat predstavlja posamezni kristal. Rdeč kvadrat predstavlja središče zadetka pljuska, ki se razširi v sosednjih 8-ih kristalov ali pa celo dalje v naslednji kolobar iz 16-ih kristalov. S to izmerjeno informacijo je definirana spremenljivka  $E9/E25$  za fotone, ki predstavlja razmerje med porazdelitvijo energije po proženih kristalih okrog centralnega zadetka v ECL. (b) Shematski prikaz vzdolžnega profila signalnih pljuskov v scintilatorju.

V svoji analizi sem fotone uporabil v več stopnjah rekonstrukcije radiativnih razpadov mezonov  $B$ . V primeru dogodkov ozadja so to razpadni produkti delcev  $\pi^0$  in drugih nevtralnih delcev, ki nadalje razpadejo med drugim na fotone, katerih energija se razprostira v širokem pasu med 20 MeV in 4 GeV. Visoka ločljivost meritve energije je zato pomemben parameter tega detektorja.

### 3.2.7. Detektor delcev $K_L^0$ in mionov (KLM)

Ta detektor zazna mione  $\mu$  in kaone  $K_L^0$  z gibalnimi količinami med 0.6 MeV/c in 1.5 GeV. V obliki osemkotnika obdaja superprevodni magnet in merilne sisteme v njegovem magnetnem polju. Spredaj in zadaj ga zapirata razpolovljena drsna pokrova s sredinskim izrezom za žarkovno cev. Območje detekcije zaobjema polarni kot  $20^\circ < \Theta < 155^\circ$ . KLM hadronom zagotavlja dovolj materiala za dodatne 3.9 interakcijske dolžine k 0.8 v detektorju ECL.

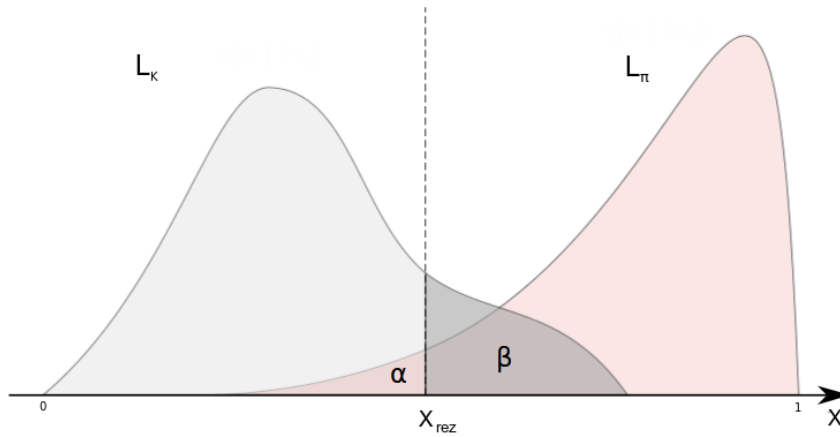
Delce  $K_L^0$  z lahkoto ločimo od nabitih hadronov, saj v osrednji potovalni komori ne puščajo sledi. Podoben proces velja tudi za mione, ki sicer ravno tako kot hadroni v CDC pustijo sledi, vendar jih ločimo po sami naravi interakcije z železom poddetektorja KLM. Ker je ta izključno elektromagneta lahko v detektorju prodrejo precej dlje od hadronov.

### 3.2.8. Identifikacija nabitih delcev (PID)

Pri rekonstrukciji razpada  $B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$  je PID<sup>18</sup> osrednjega pomena, saj ima glavno vlogo pri razločevanju signala od ozadja iz razpadov  $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$ . Predvsem bi radi ob povečani količini ozadja čim bolj ločili med delci  $K$  in  $\pi$ , in sicer čez njihov celoten energijski spekter. PID temelji na združeni informaciji iz vseh detektorskih sistemov, vendar kot že omenjeno, k ločevanju med slednjima največ prinese informacija iz detektorjev TOP in ARICH.

PID se naslanja na delčne hipoteze, ki jih predhodno ustvarimo s teoretičnimi izračuni in s študijami odziva detektorskih sistemov na kontrolnih vzorcih ter simulacijah. Z njimi za posamezen poddetektor najprej izračunamo verjetnostne cenilke, ki predstavljajo verjetnost, da smo izmerili npr. delec  $\pi$ . Te cenilke nato ob privzetju neodvisnosti poddetektorjev združimo v skupen produkt  $L_\pi$ . Enako lahko storimo še za delec  $K$  in dobimo cenilko  $L_K$ . Za merjeni dogodek ' $i$ ' imamo tako lahko na voljo cenilki  $L_\pi(i)$  in  $L_K(i)$ , s katerima lahko tvorimo optimalni binarni<sup>19</sup> kriterij za ločitev med tem dvema delcema kot

$$\mathcal{L}_{(\pi:K)}(i) = \frac{L_\pi(i)}{L_\pi(i) + L_K(i)} = 1 - \mathcal{L}_{(K:\pi)}(i) . \quad (3.4)$$



**Slika 3.11.:** Primer statističnih porazdelitev dogodkov po spremenljivki  $x$  za cenilki  $L_\pi$  (pioni) in  $L_K$  (kaoni). Za izbrani rez pri vrednosti  $x_{rez}$ , s pogojem  $x < x_{rez}$  sprejmemo večino dogodkov  $L_\pi$  hkrati z nekaj dogodki  $L_K$ . Slednji se nahajajo na območju označenem z  $\beta$ . S tem rezom zavržemo večino kaonov a tudi del pionov, ki se po hipotezi  $L_\pi$  nahajajo v območju označenem z  $\alpha$ .

Normalizirana spremenljivka  $\mathcal{L}_{(\pi:K)}$  dogodka porazdeli na interval z vrednostmi med 0 in 1, kot je prikazano na sliki 3.11. Pri tistih dogodkih, ki se na intervalu uvrstijo blizu vrednosti 1, lahko z veliko verjetnostjo trdimo, da gre za detekcijo delcev  $\pi$  medtem, ko so dogodki blizu vrednosti 0 zelo verjetno detekcije delcev  $K$ . Pri vrednosti 0.5 je dogodek nerazločljiv, saj je verjetnost da gre za en ali drugi delec enaka. Tekom analize podatkov lahko z rezi po intervalu PID spremenljivke definiramo kriterije za izbiro med pioni in kaoni. Za primer izbire pionov (kaonov) naredimo rez, ki sprejme dogodke z visokimi (nizkimi) vrednostmi spremenljivke  $\mathcal{L}_{(\pi:K)}$  in ostale dogodke zavrže; pri čimer poskusimo biti optimalni in se prilagoditi potrebam analize. Tipično uporabimo računsko stabilnejšo logaritemsko vrednost verjetnostnih razmerij (DLL) in izračunamo razliko med verjetnostnimi razmerji vsake od delčnih hipotez npr.

$$\Delta \log \mathcal{L}^K(\pi) = \log \mathcal{L}_{(\pi:K)} - \log \mathcal{L}_{(K:\pi)} . \quad (3.5)$$

V kolikor je razlika DLL pozitivna je detektiran delec zelo verjetno pion, in če je negativna gre za kaon.

<sup>18</sup>Krajše za ang. Particle IDentification.

<sup>19</sup>Kriterij lahko posplošimo za razlikovanje med več delci in definiramo  $\mathcal{L}_{(j)}(i) = L_j(i) / \sum_{j,k} L_k(i)$ , za  $j, k \in \{\pi, K, e, p, \mu, \dots\}$ .

## 4. Osnovni koraki meritve

Preden nadaljujemo z glavnim delom magistrske naloge naj še na kratko povzamemo vlogo eksperimenta Belle II in predstavimo ključne korake analize radiativnih razpadov mezonov  $B$  po razpadnih načinih  $\rho^0$  in  $K^{*0}$ .

- **Produkcija mezonov  $B$  in detekcija njihovega razpada:**

S pomočjo trkalnika SuperKEKB preko trkov elektronov s pozitroni čim učinkoviteje tvorimo pare  $B\bar{B}$ , ki nato hitro razpadejo. Sledi detekcija nabitih delcev in meritev energije pljuskov fotonov končnih stanj teh razpadov z detektorjem Belle II. Razpad mezonov  $B^0$  po razpadnih načinih  $\rho^0$  in  $K^{*0}$  je shematično prikazan na sliki 4.1. Fotoni so rekonstruirani iz ECL pljuskov zanje značilnih oblik in brez pripadajoče nabite sledi. Nabite pione in kaone končnih stanj rekonstruiramo iz nabitih sledi v detektorjih PXD, SVD in CDC in jih s pomočjo detektorjev TOP in ARICH oz. vsemi informacijami sistema PID identificiramo.

- **Rekonstrukcija razpada:**

Izmed mnogih možnih razpadov mezonov  $B$  nas zanimajo le dogodki, ki pripadajo specifičnim razpadnim verigama. Ti predstavljajo signalne dogodke razpadov mezonov  $B^0$ , ki jih želimo ekskluzivno rekonstruirati s kombiniranjem ustreznih končnih razpadnih produktov. Iz sledi nabitih delcev identificiranih kot  $K$  in  $\pi$  rekonstruiramo mezona  $\rho^0$  in  $K^{*0}$  ter ju skupaj s fotoni kombiniramo v kandidate za mezon  $B^0$ .

- **Zavračanje dogodkov ozadja:**

Med tako izbranimi kandidati jih večina prihaja iz dogodkov, ki v resnici ne vsebujejo iskanega razpada, saj mezoni  $B$  generično razpadajo na mnogo načinov, med drugim tudi v končna stanja, ki lahko naključno zadostijo izbirnim kriterijem iskanega razpada. Kot je že bilo omenjeno, pri trku v IP namesto para mezonov  $B$  nastanejo tudi hadroni kontinuumskega ozadja, ki hitro razpadajo na različne možne načine. Tudi končna stanja teh razpadov so lahko enaki delci kot nastanejo v signalnih razpadnih načinih. Vsi ti kandidati za našo meritve predstavljajo kandidate ozadja, ki se jih moramo v prid natančnosti meritve v kar največji meri znebiti. Na shemi 4.1 je kot primer enega od virov kandidatov fotonskega ozadja dodan razpad nevtralnih pionov  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Iz sheme je razvidno tudi, da si pione lastita oba iskana razpadna načina  $\rho^0$  in  $K^{*0}$  in tako ob napačni interpretaciji tekom rekonstrukcije drug drugemu predstavljata ozadje.

Da bi dosegli čim večjo statistično pomembnost rezultata želimo zbrati čim večje število rekonstruiranih signalnih razpadov<sup>1</sup> ob čim manjšem številu dogodkov ozadja. V ta namen na vzorcu simuliranih podatkov, kjer lahko na podlagi generirane resnice ločimo dogodke signala in ozadja, poiščemo opazljivke, v katerih se porazdelitve kandidatov signala in ozadja razlikujejo; v tem delu si bomo pri tem pomagali tudi s klasifikatorji pridobljenimi s pomočjo metod

---

<sup>1</sup>Število rekonstruiranih signalnih razpadov pa je poleg števila vseh razpadov v vzorcu odvisno tudi od učinkovitosti rekonstrukcije signalnega razpada.

strojnega učenja. Običajno v nobeni izmed opazljivk ne moremo povsem ločiti signalnih dogodkov in dogodkov ozadja, vseeno pa lahko s primernimi kriteriji/rezi na izbranih opazljivkah zavržemo velik delež dogodkov ozadja, medtem ko ohranimo večji del signalnih dogodkov. Kriterije nastavimo tako, da vsaj na simuliranih podatkih maksimiziramo statistično signifikanco meritve (optimizacija rezov).

- **Določitev signalnega donosa:**

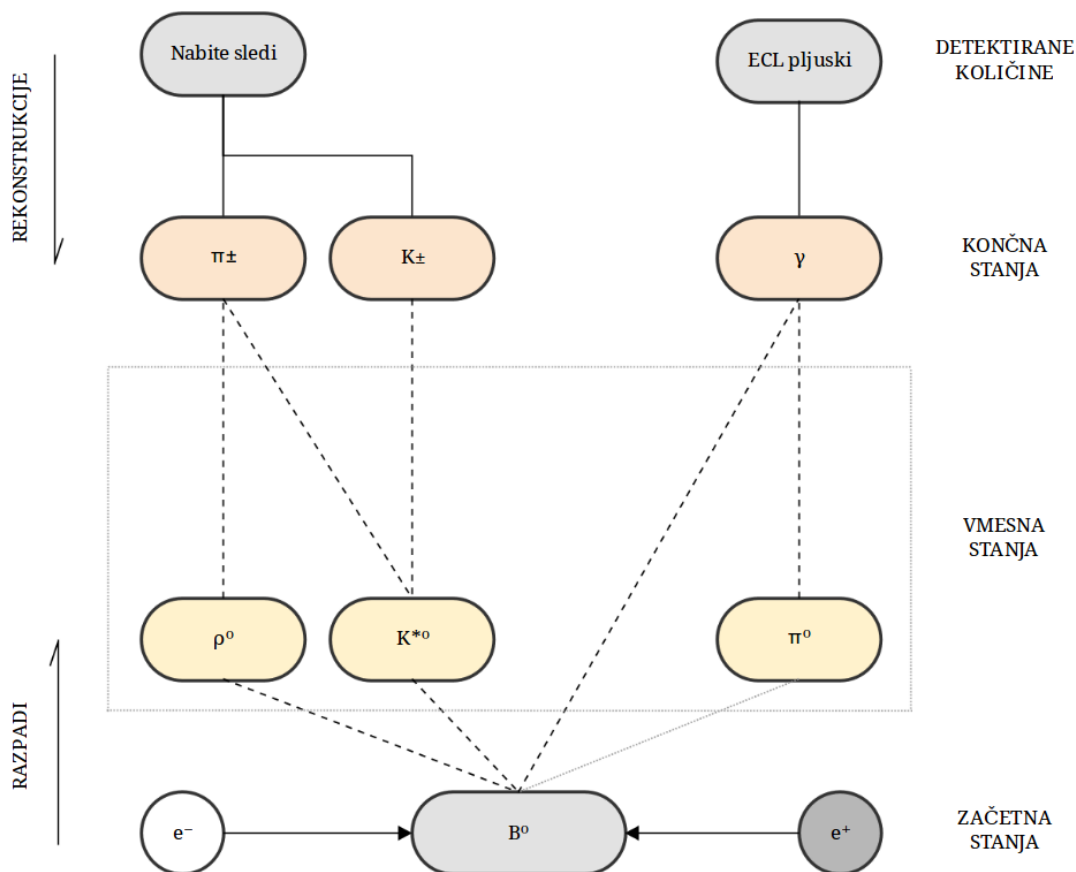
Po aplikaciji optimiziranih rezov na zbranem vzorcu ta še vedno vsebuje veliko kandidatov ozadja. Število signalnih razpadov v njem zato določimo s pomočjo prilaganja modelov porazdelitev signalnih kandidatov in kandidatov ozadja v izbranih kinematičnih opazljivkah. Izberemo tiste opazljivke, v katerih signalni kandidati tvorijo značilne vrhove (npr. invariantna masa kandidatov). Modela za signal in ozadje prej ločeno pripravimo na drugem optimiziranem vzorcu podatkov istega tipa, ki je neodvisen od vzorca uporabljenega za določitev signalnega donosa. Modela nato združimo v vsoto, kjer sta edina prosta parametra število dogodkov signala in število dogodkov ozadja. S prilagajanjem te vsote tako na končnem vzorcu razločimo preostanek dogodkov signala od ozadja in pridobimo signalni donos v njem.

- **Določitev razvejitvenega razmerja:**

Iz vrednosti signalnih donosov posameznih razpadnih načinov je mogoče končno izračunati razvejitveno razmerje posameznega razpadnega načina mezona  $B$ . Definirano je z enačbo

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow X_{sig}) = \frac{N_{sig}}{2 \cdot (0.486 \cdot N_{B\bar{B}}) \cdot \epsilon} , \quad (4.1)$$

kjer  $N_{sig}$  ustreza številu signalnih dogodkov posameznega razpadnega načina, po katerem mezon  $B^0$  razpade,  $N_{B\bar{B}}$  pa predstavlja število vseh parov mezonov  $B$  nastalih pri razpadih resonance  $\Upsilon(4S)$ , ki ga je torej potrebno podvojiti, da dobimo število posameznih mezonov, od katerih je 48.6% nevtralnih [6]. S simbolom  $\epsilon$  označimo izkoristek pravilne rekonstrukcije signalnih razpadnih načinov mezonov  $B^0$ . Definiran je kot razmerje med številom pravilno rekonstruiranih signalnih dogodkov, ki preostanejo po optimizaciji izbirnih kriterijev, in številom vseh signalnih dogodkov nastalih pri trkih v IP.



**Slika 4.1.:** Shema obravnavanih radiativnih razpadov. V točki interakcije pri trku  $e^-$  in  $e^+$  med drugim nastanejo mezoni  $B^0$ . Mezoni  $B^0$  predstavljajo začetna stanja in dalje razpadajo na t.i. vmesna stanja. Tudi slednjih z detektorjem neposredno še ne zaznamo, dokler ta ne razpadejo na končna stanja, ki interagirajo z merilnimi sistemi detektorja. Fizikalne interakcije sledijo prekinjenim črtam. Razpadom sledimo v smeri navzgor in rekonstrukciji v smeri navzdol. Začetna stanja je mogoče rekonstruirati iz detektiranih fizikalnih količin končnih stanj. Če na shemi sledimo prekinjenim črtam navzgor v smeri razpadov, lahko opazimo, da so ista končna stanja produkt razpada različnih delcev. To dejstvo postane problem, ko želimo meritve interpretirati in črtam sledimo navzdol v smeri rekonstrukcije. Obema iskanima razpadoma je na shemi dodan še fonski razpad nevtralnih pionov  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , kot eden glavnih virov dogodkov fonskega ozadja. Označen je s pikasto črto.



## 5. Simulacija Monte Carlo

Za vnaprejšnje preučevanje odziva detektorskih sistemov so uporabljene simulacije naključnih dogodkov. Te temeljijo na poznavanju fizikalnih procesov ter neodvisnih študijah posameznih komponent detektorskega sistema. Naključno generirane procese posameznih fizikalnih modelov primerjamo z realnimi meritvami in tako preverjamo naše razumevanje simuliranih procesov fizikalnega modela, ali pa se vnaprej pripravimo na analizo merjenih podatkov z namenom optimizacije postopkov, povečanja učinkovitosti in odkrivanja potencialnih napak merilnega sistema.

Simuliranje MC podatkov se v grobem deli na generiranje dogodkov/razpadov ter na propagacijo razpadnih produktov skozi detektor in samo detekcijo. Podatki poleg fizikalno zanimivih procesov vsebujejo tudi ozadja, ki jih izmerimo pri dejanskem eksperimentu. Pri generiranju razpadov se lahko dodatno odločimo ali bomo upoštevali vse znane procese iz razpadov mezonov  $B$  (generični MC) ali nas zanimajo le specifični razpadi (signalni MC). Signalni MC je posebej uporaben pri študijah zelo redkih razpadov, saj je v generičnem MC vzorcu število le-teh običajno premajhno, da bi nam omogočilo študije njihovih lastnosti z dovolj majhno statistično negotovostjo.

Simulirani podatki so zapisani v povsem enaki obliki kot izmerjeni, le da imajo dodatno shranjeno še "MC resnico". Ta hrani informacijo o generiranih delcih pred in po simulirani detekciji, zato vedno vemo, če je iz podatkov rekonstruiran mezon zares pripada iskanemu razpadu ali gre morebiti za kombinatorično ozadje. Pri slednjem mezon rekonstruiramo iz napačno identificiranih delcev v detektorju ali iz delcev, ki izhajajo iz drugih razpadnih načinov mezonov  $B$ , žarkovnega ozadja ali dogodkov kontinuuma in le slučajno zadostijo kriterijem za rekonstrukcijo. Na podlagi MC resnice lahko pri analizi preprosto ločimo dogodke signala od dogodkov ozadja. To nam omogoča preučevanje razlik v porazdelitvah enih in drugih po različnih opazljivkah ter določitev izkoristka rekonstrukcije in natančnosti analize.

### 5.1. Generirani MC dogodki

#### Signalni MC

V delu obravnavamo dogodke z zelo majhnim razvejitvenim razmerjem, zato uporabimo tudi simulirane podatke signalnega MC. V njem je iskani signalni razpad prisoten v vsakem izmed dogodkov, kar omogoča, da porazdelitve signalnih dogodkov po izbranih opazljivkah določimo z veliko statistiko.

Pri analizi uporabimo vzorca s signalnimi dogodki, ki vsebujejo procese  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ , pri katerih eden od para mezonov  $B$  vedno razpade po iskani razpadni verigi ( $\rho^0\gamma$  oziroma  $K^{*0}\gamma$ ), medtem ko je razpad drugega mezona povsem generičen.

- signalni MC  $B^0 \rightarrow \gamma K^{*0} (\rightarrow (K\pi)^0)$
- signalni MC  $B^0 \rightarrow \gamma \rho^0 (\rightarrow \pi^+\pi^-)$

#### Generični $B\bar{B}$ MC

To je vzorec dogodkov, ki vsebuje razpadne produkte procesov  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^+B^-$  ali  $B^0\bar{B}^0$ . Pri tem par mezonov  $B$  razpade generično, kar pomeni, skladno z vsemi poznanimi in izmerjenimi razvejitvenimi razmerji (izvzeti so le nekateri zelo redki razpadi).

- generični električno nabiti  $B^+B^-$  MC

- generični električno nevtralni  $B^0\bar{B}^0$  MC

Oba razpadna načina združimo v enoten generični vzorec

- generični  $B\bar{B}$  MC

Večina generičnih dogodkov razpadov mezonov  $B$  v tej analizi predstavlja ozadje. Ker je pojavnost iskanih signalnih dogodkov v tem vzorcu zelo majhna, jih po potrebi rekonstruiramo iz signalnega MC vzorca in njihovo porazdelitev obtežimo skladno z luminoznostjo generičnega vzorca.

### Kontinuum MC

Uporabljen je še vzorec simuliranih procesov  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ , kjer je  $q = u, d, s, c$ . Gre za dogodke, ki ne potekajo preko resonance  $\Upsilon(4S)$ , zato ne vsebujejo mezonov  $B$  ter produktov iz njihovih razpadnih procesov, a vseeno nastajajo pri trkih v IP. Ta vzorec v analizi predstavlja izključno ozadje.

- kontinuum  $q\bar{q}$  MC

### Združeni generični MC

To je vzorec, ki je ekvivalenten izmerjenim podatkom v detektorju Belle II. Vsebuje dogodke iz  $\Upsilon(4S)$  in dogodke kontinuuma v pravem pojavnem razmerju. Takšen vzorec uporabimo za končno meritev, kjer določimo signalni donos obeh analiziranih razpadnih načinov.

- združeni generični MC = generični  $B\bar{B}$  MC + kontinuum  $q\bar{q}$  MC



## 6. Rekonstrukcija z optimizacijo

Rekonstrukcijo mezonov  $B^0$  izvedemo na vzorcih simuliranih MC podatkov ob uporabi računalniških orodij predstavljenih v dodatku **B**. Signalne dogodke od ozadja ločimo z uporabo izbirnih kriterijev na več izbranih spremenljivkah, po katerih se nekatere lastnosti razpadov signalnih dogodkov razlikujejo od tistih za ozadje.

V analizi prvi uporabljen in tudi najbolj učinkovit izbirni kriterij izpeljemo iz ohranitve gibalne količine in energije pri razpadu posameznega delca. Invariantno maso razpadlega delca izračunamo s pomočjo ohranitve energije, gibalne količine in Lorentzove invariance velikosti četverca gibalne količine:

$$M^2 = \left| \sum_i E_i \right|^2 - \left| \sum_i |p_i| \right|^2 = \left( \sum_i \sqrt{m_i^2 + |p_i|^2} \right)^2 - \left( \sum_i |p_i| \right)^2, \quad (6.1)$$

kjer vsoti v enačbi tečeta po končnih stanjih razpada iskanega delca. Pri tem so  $E_i$  energije,  $m_i$  njihove mase in  $p_i$  gibalne količine. Za primer mezona  $\rho^0$  lahko izberemo kombinacijo zaznanih delcev, ki ustrezajo verigi njegovega razpada, t.j. nasprotno nabitih pionov. Pri tem pričakujemo, da se mase ustrezne kombinacije nahajajo na intervalu okrog vrednosti mirovne mase mezona  $m_{\rho^0} = 775.25$  GeV/c<sup>2</sup> [6], zato le takšne obdržimo in ostale, ki izbranem kriteriju ne ustrezajo, zavržemo. Z izbiro ustrezne širine tega intervala tako že tekom rekonstrukcije opravimo prvo grobo predelekcijo dogodkov signala in iz vzorca izločimo precej ozadja.

Čeprav lahko za rekonstrukcijo mezonov  $B^0$  uporabimo masni kriterij (6.1), imamo za ta namen na voljo kriterij z boljšo resolucijo. Določa ga t.i popravljena rekonstruirana masa. Definirana je z enačbo

$$M_{bc} = \sqrt{E_{beam}^{cms\ 2} - p_{B^0}^2}, \quad (6.2)$$

kjer je  $p_{B^0}$  gibalna količina mezona  $B^0$  v težiščnem sistemu resonance  $\Upsilon(4S)$ . Enačba je izpeljana na podlagi dejstva, da se pri nastanku mezona  $B^0$  v trkalniku porabi polovica težiščne energije trka  $e^+$  in  $e^-$ , za kar velja precej natančna zveza  $2E_{beam} = (10, 58 \pm 0.001)$  GeV [10]. Pričakujemo, da bo imel histogram za porazdelitev po enačbi (6.2) izračunanih mas mezonov  $B^0$  vrh pri pogoju  $M_{bc} = m_{B^0}$ . Tako določena vrednost mase mezona  $B^0$  ima precej manjšo negotovost, ki znatneje vstopa le preko člena njegove gibalne količine  $p_{B^0}$ .

Ker kriteriju (6.2) lahko slučajno ustrezajo tudi dogodki ozadja, katerim se je zaradi napačne identifikacije uspelo uvrstiti v rekonstruirane dogodke, je potrebno uvesti dodatno omejitev, ki upošteva mase identificiranih delcev. To storimo z uporabo izreka o ohranitvi energije in definiramo razliko

$$\Delta E = E_{beam}^{cms} - \sum_i \sqrt{m_i^2 + |p_i|^2}, \quad (6.3)$$

kjer je  $E_{beam}^{cms}$  energija žarkov, člen s količinama  $m_i$  in  $p_i$  končnih delcev pa predstavlja energijo mezona  $B^0$ . Obe energiji sta izračunani v težiščnem sistemu in sta za mezone  $B^0$  enaki, zato ima njihova porazdelitev vrh pri  $\Delta E = 0$ . V primeru, da kriterij izračunamo za mezone  $B^0$  rekonstruirane iz napačno identificiranih končnih delcev, katerih masa odstopa od mas pravih delcev razpada, se vrednost  $\Delta E$  zamakne k pozitivnim ali negativnim vrednostim.

V naslednjih podpoglavjih je najprej predstavljena rekonstrukcija mezonov  $B^0$  na signalnih MC vzorcih obeh razpadnih načinov in na združenem generičnem MC vzorcu. Glavni cilj je priti do porazdelitve rekonstruiranih mezonov  $B^0$  po vrednostih  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ . Nato sledi opis prevladujočih ozadij in multivariatnih metod za pripravo bolj sofisticiranih izbirnih kriterijev uporabljenih za izbor

signalnih dogodkov oz. izločanje ozadja. Temu sledi še optimizacija rezov za te kriterije. Optimizirane reze končno apliciramo na dogodkih iz generičnega združenega MC vzorca in jih tako pripravimo za določitev signalnega donosa s prilagajanjem modelov porazdelitev ozadja in porazdelitev signala po spremenljivkah  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ .

## 6.1. Rekonstrukcija mezonov $B^0$

### Rekonstrukcija razpada $B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$

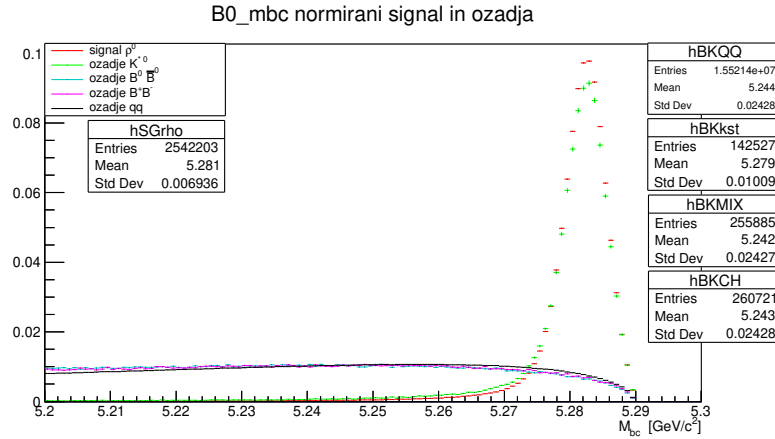
Sprva med podatki signalnega  $\rho^0$  MC vzorca izvedemo predselekcijo nabitih pionov. Pri tem izločimo kandidate, ki ne izvirajo iz območja točke interakcije in ne zadostijo pogoju  $\text{DLL}^k(\pi) > 0$  spremenljivke (3.5). Izbrane pione uporabimo za rekonstrukcijo mezonov  $\rho^0$  znotraj masnega okna  $0.6 \text{ GeV}/c^2 < M_{\pi^+\pi^-} < 1.0 \text{ GeV}/c^2$  in slednje končno kombiniramo z visokoenergijskimi fotoni, ki prestanejo rez  $E_\gamma > 1.5 \text{ GeV}$ . Zavržemo dogodke, ki ne zadostijo pogojema  $5.2 \text{ GeV}/c^2 < M_{bc} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$  ter  $|\Delta E| < 2.0 \text{ GeV}$ . Rekonstrukcijo izvedemo še na združenem generičnem MC vzorcu velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$ . Tako pridobimo kombinatorično ozadje procesov  $q\bar{q}$  in ostalih razpadov mezonov  $B$ . Postopek ponovimo še na signalnem  $K^{*0}$  MC vzorcu, da pridobimo statistično večje ozadje razpadov mezonov  $B^0$  razpadnega načina  $K^{*0}$ .

Porazdelitve dogodkov signala in ozadij po spremenljivkah  $M_{bc}$ ,  $\Delta E$  in  $M_{\rho^0}$  so prikazane na sliki 6.1. Iz histogramov  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  je razločno vidna razlika med oblikami porazdelitev dogodkov ozadja in signalnih dogodkov. Zaradi značilne karakteristike v prostoru  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  lahko (po naknadnem zavračanju ozadja z bolj sofisticiranimi izbirnimi kriteriji in optimizaciji rezov) iz obeh porazdelitev določimo signalni donos. Karakteristika porazdelitev ozadja potrди predpostavko, da je pri razpadnem načinu  $\rho^0$  problematično predvsem ozadje dogodkov  $K^{*0}$ , ki se v tem prostoru prekrivajo z signalom. Prav tako se jih zaradi širokega masnega okna  $\rho^0$ , ki si ga delca delita, z rezom po tej spremenljivki ne moremo docela znebiti. Na histogramu 6.1(b) je lepo opazen tudi zamik vrha  $\Delta E$  porazdelitve ozadja  $K^{*0}$ . Do tega pride zato, ker kriteriju za rekonstrukcijo  $\rho^0$  po naključju zadovoljijo težji delci  $K^{*0}$ . To se pri razliki v definiciji (6.3) spremenljivke  $\Delta E$  pozna kot višek mase in pomanjkanje gibalne količine, česar posledica je zamik vrha v negativno smer.

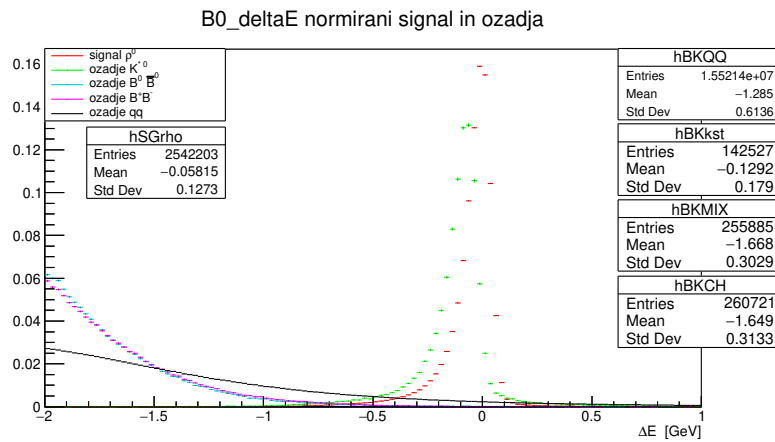
### Rekonstrukcija razpada $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$

V rekonstrukciji iz podatkov signalnega  $K^{*0}$  MC vzorca rekonstruiramo nabite pione in kaone. Pri tem prav tako najprej izločimo vse kandidate, ki ne izvirajo iz območja točke interakcije. Nato izločimo pione, ki ne zadostijo pogoju  $\text{DLL}^k(\pi) > 0$ , ter kaone, ki ne zadostijo pogoju  $\text{DLL}^\pi(K) > 0$ . Iz preostalih delcev rekonstruiramo mezone  $K^{*0}$  znotraj masnega okna  $0.75 \text{ GeV}/c^2 < M_{K^\pm\pi^\mp} < 1.05 \text{ GeV}/c^2$  ter jih kombiniramo z visokoenergijskimi fotoni  $E_\gamma > 1.5 \text{ GeV}$ . Zavržemo dogodke, ki ne zadostijo pogojema  $5.2 \text{ GeV}/c^2 < M_{bc} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$  ter  $|\Delta E| < 2.0 \text{ GeV}$ . Z rekonstrukcijo verige  $K^{*0}$  na združenem generičnem MC vzorcu velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$  in na signalnem  $\rho^0$  MC vzorcu ob enakih izbirnih kriterijih pridobimo še kombinatorična ozadja.

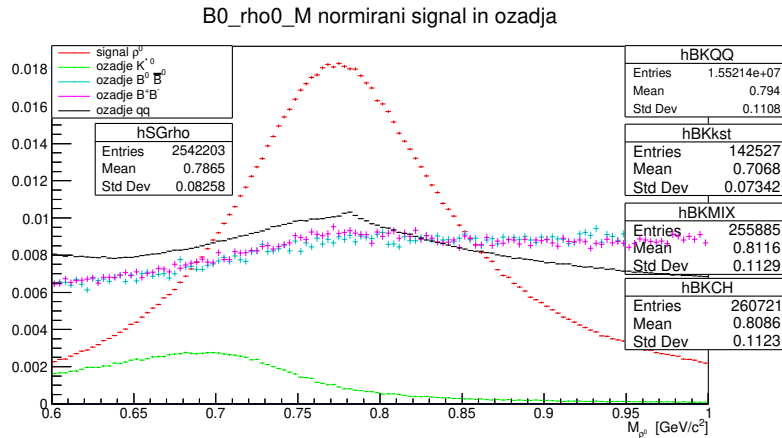
Porazdelitve dogodkov signala in ozadij po spremenljivkah  $M_{bc}$ ,  $\Delta E$  in  $M_{K^{*0}}$  so prikazane na sliki 6.2. Iz histogramov  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  je razlika v porazdelitvah dogodkov ozadja in signala lepo razvidna. Zamik vrha v histogramu  $\Delta E$  porazdelitve ozadja iz razpadov  $\rho^0$  na sliki 6.2(b) je tokrat po pričakovanju v pozitivni smeri, saj v tem primeru kriteriju za rekonstrukcijo  $K^{*0}$  naključno zadovoljijo lažji mezoni  $\rho^0$  z večjo gibalno količino. Kljub prekrivanju s signalom pa zaradi same redkosti dogodkov  $\rho^0$  v primerjavi z dogodki  $K^{*0}$  to ozadje ni toliko problematično.



(a)

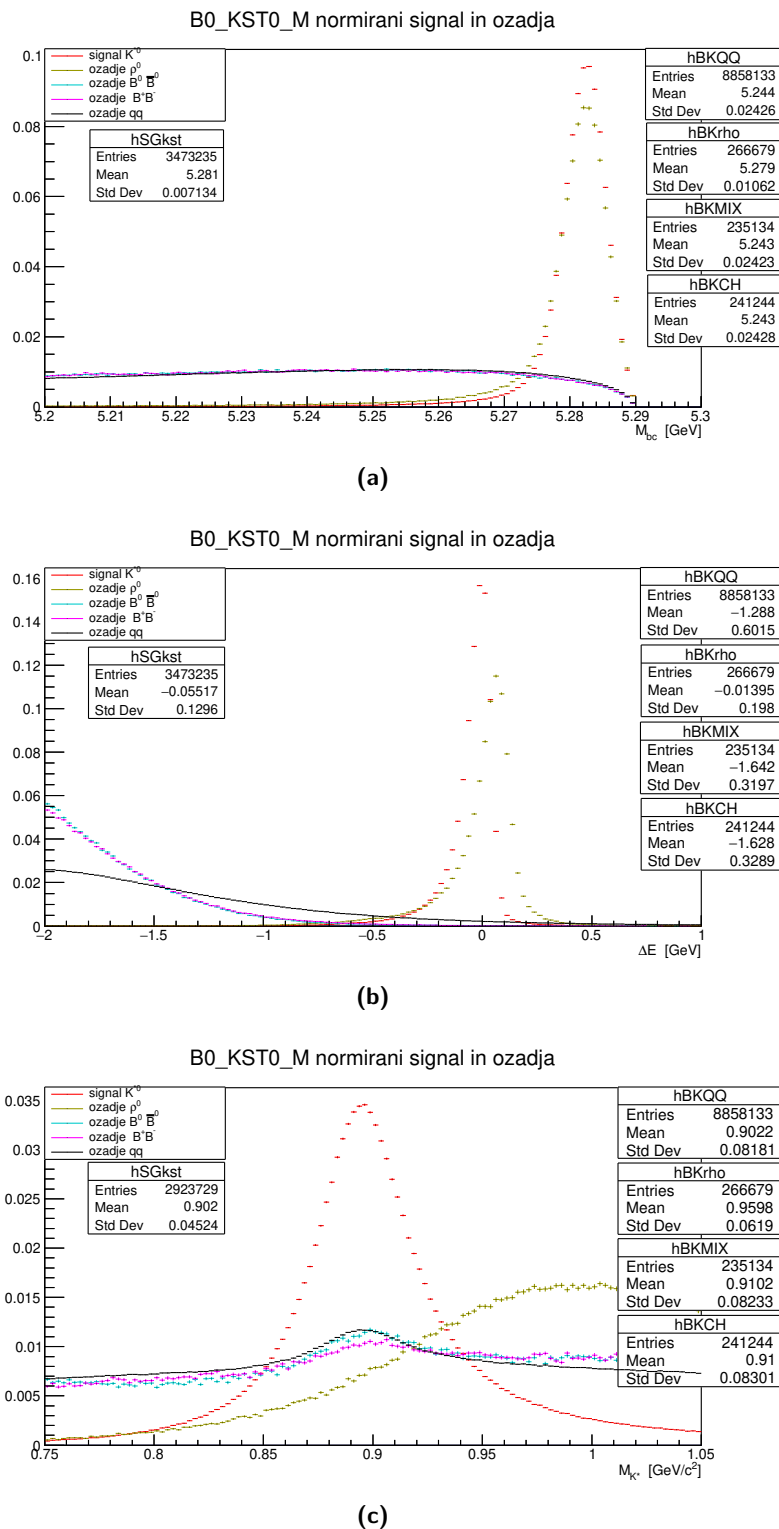


(b)



(c)

**Slika 6.1.:** Normirani prikazi (a) rekonstruirane mase  $M_{bc}$  in (b) rekonstruirane razlike  $\Delta E_{B^0}$  za signal iz signalnega vzorca  $\rho^0$  in ozadij iz signalnega vzorca  $K^{*0}$  ter združenega generičnega vzorca. Na histogramu  $\Delta E$  porazdelitve ozadja  $K^{*0}$  je lepo opazen tudi zamik vrha v negativno smer; kriteriju za rekonstrukcijo  $\rho^0$  namreč po naključju zadovoljijo težji  $K^{*0}$ , kar se pozna kot višek mase in pomanjkanje gibalne količine - torej manjše  $\Delta E$ . (c) Normirani razstavljeni prikazi rekonstruirane mase  $\rho^0$ . Dogodki ozadja razpadov  $K^{*0}$  so tudi v tej porazdelitvi zamaknjeni k manjšim vrednostim. Poudariti velja, da je zaradi uporabe signalnega vzorca  $\rho^0$  število signalnih dogodkov (hSGrho) pretirano; če namreč število signalnih dogodkov skaliramo skladno z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$  vzorca ozadij iz razpadov  $B^0\bar{B}^0$  (hBKMIX),  $B^+B^-$  (hBKCH) in kontinuuma  $qq$  (hBKQQ), izračunamo, da je v generičnem razpadu po razpadnem načinu  $\rho^0$  pričakovati le 345 signalnih dogodkov. Enako je zato na histogramih pretirano tudi pričakovano število dogodkov ozadja iz razpada po razpadnem načinu  $K^{*0}$  (hBKkst) rekonstruiranih iz signalnega vzorca  $K^{*0}$ .



**Slika 6.2.:** Normirani prikazi (a) rekonstruirane mase  $M_{bc}$  in (b) rekonstruirane razlike  $\Delta E_{B^0}$  za signal iz signalnega vzorca  $K^{*0}$  in ozadij iz signalnega vzorca  $\rho^0$  in združenega generičnega vzorca. Opazen je zamik vrha porazdelitve ozadja iz razpadov  $\rho^0$  v histogramu  $\Delta E$ ; tokrat pričakovano v pozitivno smer. (c) Normirani prikaz porazdelitve dogodkov po rekonstruirani masi  $K^{*0}$ , kjer so dogodki ozadja iz razpadov  $\rho^0$  prav tako zamaknjeni v pozitivno smer. Podobno kot pri sliki 6.1 je zaradi uporabe signalnih vzorcev število signalnih dogodkov (hSGkst) in dogodkov ozadja  $\rho^0$  (hBKrho) pretirano; če število signalnih dogodkov skaliramo skladno z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$  vzorca ozadij, izračunamo, da je v generičnem razpadu po razpadnem načinu  $K^{*0}$  pričakovati okrog 17.000 signalnih dogodkov in le malo dogodkov ozadja iz razpada po razpadnem načinu  $\rho^0$ .

## 6.2. Priprava klasifikatorjev za zavračanje ozadja

Med tako rekonstruiranimi dogodki je prisotnih še veliko dogodkov ozadja iz različnih virov. Ti v končni vzorec vstopajo preko vseh vmesnih stanj razpadne verige. Ker gre za rekonstrukcijo radiativnih razpadov, velik delež kandidatov ozadja prispevajo fotoni iz drugih procesov. Zgodi se namreč, da naključne kombinacije delcev  $\pi^\pm$  in  $K^\pm$  (oz.  $\rho^0$  in  $K^{*0}$ ) s fotoni iz ostalih procesov tvorijo kandidate, ki zadostijo kriterijem za rekonstrukcijo mezonov  $B^0$ . Fotoni žarkovnega ozadja imajo v povprečju sicer nižje energije in porazdelitveno karakteristiko, ki strmo narašča z manjšanjem njene vrednosti [16], zato precej nizkoenergijskih fotonov kandidatov ozadja lahko izločimo že pri rekonstrukciji zelenega radiativnega razpada, in sicer s predrezom po energiji fotonov  $E_\gamma > 1.5$  GeV.

Tako preostanejo le visokoenergijski fotoni, ki prihajajo predvsem iz sekundarnih razpadov ostalih mezonov. Ti fotoni lahko v kombinaciji z naključnimi pioni ali kaoni istega dogodka zadostijo kriterijem za rekonstrukcijo mezonov  $B^0$  iz iskanih razpadnih načinov. K temu ozadju veliko prispeva predvsem razpad  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , kjer imata nastala fotona višje energije. Kot zgled vzemimo primer ozadja, ki izhaja iz generičnih razpadov mezonov  $B^0$ . Pri procesu tipa  $B^0 \rightarrow \rho^0\pi^0$  se lahko zgodi, da med meritvijo izgubimo enega od fotonov iz razpada mezona  $\pi^0$ . Drugi foton lahko nato v naključni kombinaciji z nabitimi pioni istega dogodka zadosti kriterijem za rekonstrukcijo iskanega radiativnega razpadnega načina  $B^0 \rightarrow \rho^0\gamma$ . Takšno ozadje postane pri analizi iskanega razpadnega načina  $\rho^0$  zelo moteče, saj ima ta precej manjše razvejitevno razmerje v primerjavi z ostalimi procesi generičnih razpadov s podobnimi hčerinskimi delci.

Za potrebe izločanja ozadja visokoenergijskih fotonov lahko iz parov  $\gamma\gamma$  tvorimo nevtralne pione v masnem oknu  $0.1 \text{ GeV}/c^2 < m_{\gamma\gamma} < 0.16 \text{ GeV}/c^2$  in pripravimo klasifikator za pionski veto z uporabo multivariatne metode strojnega učenja na merjenih kinematičnih in topoloških spremenljivkah pionov in fotonov. Večino teh razpadov namreč od signala ločimo glede na npr. kotne porazdelitve detektiranih fotonov in pionov, saj imajo drugačno dinamiko razpadov kot mezoni  $B^0$ . Dodatno je zaradi manjkajočega fotona vrednost  $\Delta E$  premaknjena v negativno smer.

Ozadje vstopa tudi preko delcev  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$  in  $\gamma$ , ki pridejo iz dogodkov kontinuuma  $q\bar{q}$ . Pri tem si poleg uporabe pionskega veta za fotone, lahko pomagamo z različnimi kinematičnimi in topološkimi spremenljivkami oblike dogodka, saj je tudi dinamika razpadov dogodkov  $q\bar{q}$  drugačna od razpadov mezonov  $B^0$ . Spremenljivk, ki razlikujejo procese kontinuumskega ozadja od procesov mezonov  $B^0$ , je precej, zato je tudi v tem primeru praktično uporabiti multivariatne metode strojnega učenja s katerimi zgradimo enotni klasifikator.

Poleg omenjenih kriterijev so pri rekonstrukciji in nadaljnji optimizaciji pomembne že omenjene spremenljivke  $\Delta \log \mathcal{L}^\alpha(\beta)$ , kjer simbola  $\alpha$  in  $\beta$  stojita za delce  $K$ ,  $\pi$ ,  $e$ ,  $\mu$ . Te spremenljivke v nadaljevanju navajam kot  $\text{DLL}^\alpha(\beta)$  ali kar DLL. Definirane so analogno enačbi (3.5) in primerjajo verjetnosti, da gre pri dogodku za detektirani delec  $\alpha$  ali  $\beta$ . Posebno pomembni sta spremenljivki  $\text{DLL}^K(\pi)$  oz.  $\text{DLL}^\pi(K)$ , ker pomagata pri ločevanju med pioni in kaoni ter tako med dogodki razpadnega načina  $\rho^0$  oz.  $K^{*0}$ ; saj so kaoni prisotni le pri razpadu slednjih (glej tabelo 2.4). V kolikor je torej nabiti kaon napačno prepoznani kot pion, postanejo procesi  $B^0 \rightarrow K^{*0}\gamma$  in tem podobni razpadi znaten vir ozadja pri rekonstrukciji razpadnega načina  $\rho^0$ . Dodatno, pri ravno obratni napačni identifikaciji, v taistem razpadnem načinu izgubimo signalne dogodke, pri čemer se zaradi dveh hčerinskih pionov verjetnost takšne napake podvoji.

V nadaljevanju so opisane metode priprave multivariatnega pionskega veta za izločanje visokoenergijskih fotonov ozadja, priprave multivariatnega klasifikatorja za zavračanje ozadja  $q\bar{q}$  iz spremenljivk oblike dogodka in pregled spremenljivk DLL s pripravo multivariatnega klasifikatorja za ločevanje med delci  $K$ ,  $\pi$ ,  $e$ ,  $\mu$ .

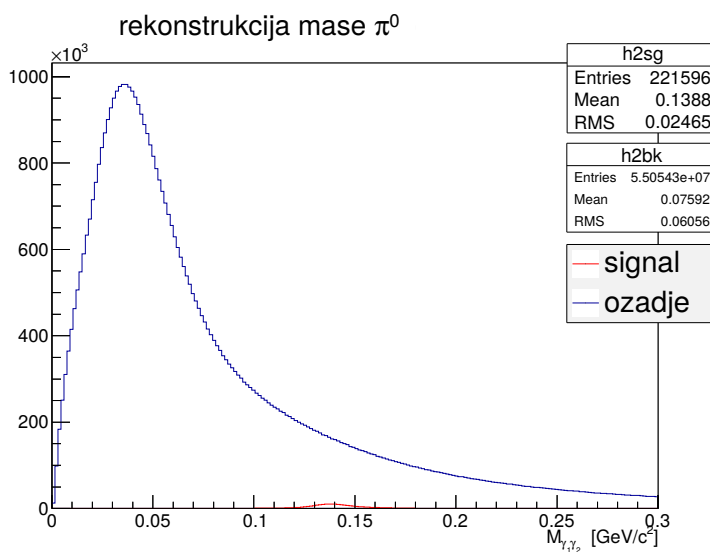
### 6.2.1. Rekonstrukcija delcev za $\pi^0$ veto

Kot je že bilo omenjeno, določen delež fotonov dogodkov ozadja lahko izločimo z rezom po energiji fotonov, ker pa se s tem ne znebimo ozadja visokoenergijskih fotonov, uporabimo t.i. pionski veto. V pionskem vetu analiziramo razpad nevtralnega piona, ki v  $\sim 99\%$  primerov razpade v dva fotona

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Ko se tako predhodno zavedamo, da nas bo motilo specifično ozadje, ga poskusimo identificirati in nato te dogodke izločiti iz vzorca. V primeru pionskega veta želimo zato vsakemu fotonu določiti statistično verjetnost, da le-ta prihaja iz omenjenega razpada nevtralnega piona. Izbrane dogodke lahko potem na podlagi določene verjetnosti, da gre za razpade  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , izločimo iz nadaljnje analize.

Na manjšem delu generičnega vzorca tako izvedemo rekonstrukcijo delcev razpadnega načina  $\pi^0 \rightarrow \gamma_i\gamma_j$ , pri čemer uporabimo vse fotone v vzorcu, ki jih ločimo od drugih signalov ECL. Fotone med seboj paroma kombiniramo in v skladu z masnim kriterijem (6.1) izračunamo vrednosti mas  $m_{\gamma_i\gamma_j}$ . Zatam ocenimo, ali mase  $m_{\gamma_i\gamma_j}$  morebiti ustrezajo mirovni masi nevtralnih pionov  $m_{\pi^0}$ . V ta namen izrišemo histogram masne porazdelitve teh kombinacij in z izrezom intervala nekaj masnih širin okrog vrednosti  $m_{\pi^0}$  obdržimo le tiste, ki niso tvorili kombinacije, ki bi ustrezala masi piona; drugače rečeno, izvedemo veto nad vsemi fotoni, ki tvorijo kombinacijo za katero velja  $m_{\gamma_i\gamma_j} \approx m_{\pi^0}$ . Histogram masne porazdelitve kombinacij parov fotonov prikazuje slika 6.3. Pri nadaljnji analizi sem v signalno okno nevtralnih pionov sprejel le tiste kombinacije, ki so ustrezale masi na intervalu  $0.1 \text{ GeV}/c < m_{\gamma_1\gamma_2} < 0.16 \text{ GeV}/c$  okrog vrednosti mirovne mase rekonstruiranega delca  $m_{\pi^0}$ .

Na histogramu je opaziti zajeten prispevek dogodkov ozadja k rekonstruiranim  $\pi^0$ ; ki tu izrisani predstavljajo signalne dogodke. Čeprav visokoenergijski fotoni v kristalnih detektorja ECL pustijo jasen signal ob dobri energijski resoluciji, je delež neželenih dogodkov ozadja vseeno precej velik. Moteči so predvsem fotoni, ki pridejo iz drugih fizikalnih procesov (npr. žarkovno ozadje) in napačno interpretirani hadronski pljuski (npr. detekcija dveh fotonov kot enega samega). Zaradi velikega števila fotonovskih kandidatov je tako možnih tudi veliko napačnih kombinacij, ki po naključju zadostijo izbirnim kriterijem za nevtralni pion. Največji izziv učinkovitega pionskega veta je zato izločiti še močno prisotno kombinatorično ozadje. Pri tem si lahko pomagamo s kinematičnimi in topološkimi spremenljivkami razpadov v kombinaciji z metodami strojnega učenja.

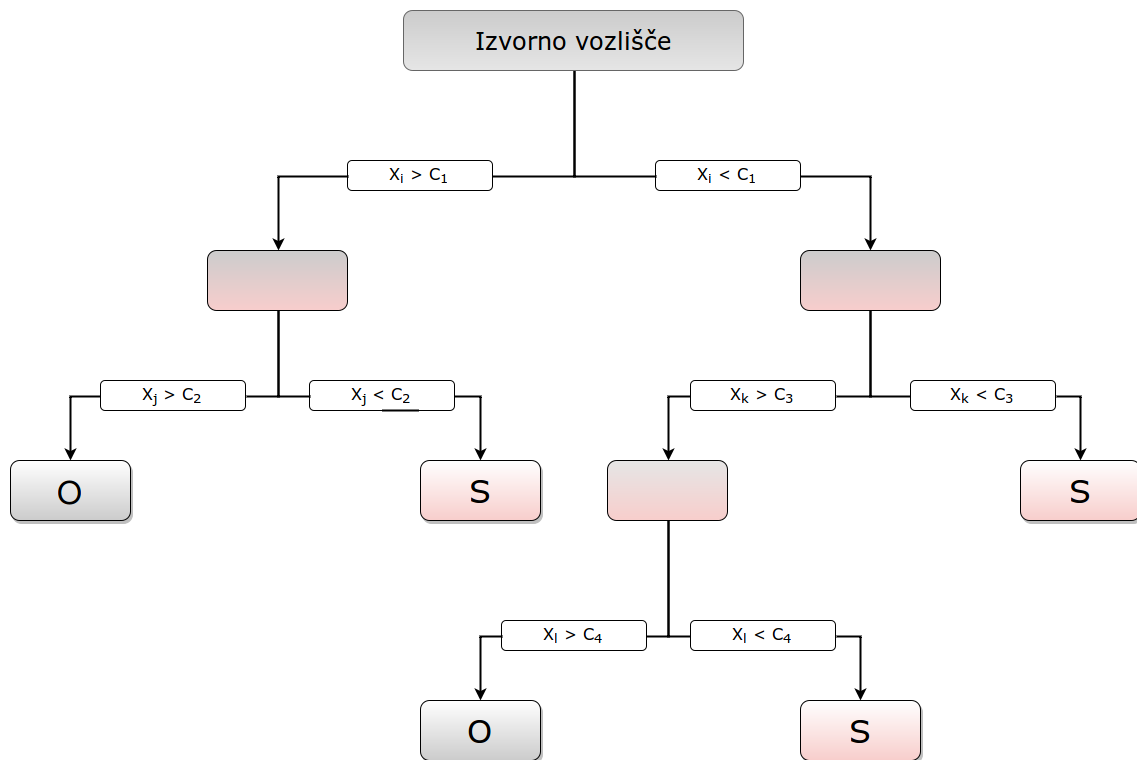


**Slika 6.3.:** Rekonstrukcija nevtralnih pionov iz kombiniranja vseh možnih parov fotonov. Na nornormiranem histogramu je ločeno izrisan signal (ki ga v tem primeru predstavljajo  $\pi^0$ ) s številom dogodkov `h2sg`, in ozadje `h2bk` vseh ostalih možnih kombinacij dveh fotonov iz vzorca. Očitna je množičnost dogodkov ozadja glede na dogodke signala.

### Aplikacija metode ojačanih odločitvenih dreves (BDT) na fotonovskih kandidatih

Za izločitev kandidatov, ki znotraj masnega okna  $\pi^0$  predstavljajo ozadje, smo uporabili orodje strojnega učenja z metodo BDT<sup>1</sup>; ta je podrobneje predstavljena v dodatku C. Metoda BDT se naslanja

<sup>1</sup>Krajše za ang. Boosted Decision Trees.



**Slika 6.4.:** Shematski prikaz odločitvenega drevesa globine 3. V izvornem vozlišču začnemo izvajati zaporedje binarnih razcepov tako, da na podatkih uporabimo diskriminacijske spremenljivke  $x_i$ . Vsak razcep uporabi tisto spremenljivko, ki na tem vozlišču najbolje razloči med signalom in ozadjem. Isto spremenljivko lahko torej uporabimo na več vozliščih, nekaterih razpoložljivih spremenljivk celo nikoli. Listna vozlišča v skrajnih točkah drevesa so označena s 'S' za signal in z 'O' za ozadje; odvisno od tipa večine dogodkov, ki so pri učenju pristali v določenem listu.

na uporabo večje množice opazljivk, ki bi bile drugače pri ločevanju med signalom in ozadjem premalo učinkovite, a se v naučeni kombinaciji z ostalimi opazljivkami izkažejo kot dobri diskriminatorji med dogodki signala in ozadja. Metoda na manjšem učnem vzorcu z učenjem na podlagi vhodnih spremenljivk dogodkov generira klasifikator, ki ločuje med signalom in ozadjem. Učna množica uporabljena za učenje mora biti zato označena. Pri tej analizi to množico predstavljajo dogodki generirani s simulacijo MC, ki že vsebujejo MC resnico z informacijo o signalu oz. ozadjem. Naučeni klasifikator lahko nato uporabimo le na vzorcih enakega tipa kot učni vzorec. Z aplikacijo klasifikatorja na tak vzorec dogodkom pripišemo novo BDT spremenljivko z vrednostmi, ki predstavljajo verjetnost, da ti pripadajo signalu ali ozadjem.

Struktura klasifikatorja spominja na drevo sestavljeno iz odločitvenih vej, ki povezujejo notranja in zunanja vozlišča. Primer sheme takega klasifikatorja oz. odločitvenega drevesa je prikazan na sliki 6.4. Sama gradnja oz. učenje klasifikatorja pa je proces, ki definira kriterij razcepa za vsako vozlišče drevesa. V začetnem vozlu se glede na vrednosti posamezne spremenljivke pričnejo nad dogodki izvajati ponavljajoče odločitve "levo-desno", do zadnjih t.i. listnih vozlišč. Ta vanje uvrščenim dogodkom dajejo končno klasifikacijsko oznako; v našem primeru signal ali ozadje. Cilj je kriterije v vozliščih določiti tako, da najbolje ločijo dogodke signala od dogodkov ozadja.

Ena od pomanjkljivosti odločitvenih dreves je njihova nestabilnost, saj so podvržena statističnim fluktuacijam učnega vzorca iz katerega izhaja struktura drevesa. Problem naključnih fluktuacij lahko rešimo tako, da sestavimo t.i. gozd, katerega odločitvena drevesa so grajena na istem učnem naboru dogodkov. Dogodke v vsakem drevesu različno obtežimo in jih združimo v skupen ojačani (boosted) klasifikator, ki ga dobimo kot obteženo povprečje odločitvenih dreves.

Kljub svoji preprostosti daje metoda BDT razmeroma dobre rezultate. Izkaže se kot robustna, ko gre za vključitev vhodnih spremenljivk, ki imajo slabo ločljivostno moč. Za uporabo v metodi

BDT so bile tako izbrane spremenljivke s porazdelitvenimi karakteristikami, ki se za dogodke signala in ozadja niso dovolj razlikovale, da bi omogočale izvedbo učinkovitih rezov za pridobitev izbirnih kriterijev. Nabor spremenljivk izbranih za učenje sestavljajo:

- 'p', opisuje porazdelitev rekonstruiranih pionov glede na velikost njihove gibalne količine.
- 'cosTheta', opisuje porazdelitev rekonstruiranih pionov po kosinusu polarnega kota  $\Theta$  med smerjo gibalne količine delca in osjo  $\hat{z}$  v smeri žarkovne cevi LER (glej sliko 3.4).
- 'decayAngle(0)', opisuje porazdelitev pionov glede vrednosti kosinusa kota med njihovimi gibalnimi količinami in visokoenergijskim hčerinskimi fotoni; gledano v mirovnem sistemu piona.
- 'daughter(0, E)' in 'daughter(1, E)', opisujeta porazdelitev po energiji prvega in drugega fotona iz razpadlega piona.
- 'daughter(0, clusterTiming)' in 'daughter(1, clusterTiming)', opisujeta porazdelitev po času detekcije prvega in drugega fotona iz razpadlega piona.
- 'E9/E25' za prvi in drugi foton razpadlega piona, ki predstavlja razmerje med porazdelitvijo energije po proženih kristalih okrog centralnega zadetka v ECL, kot je prikazano na sliki 3.10(a). Tu se dogaja, da pljuskom fotonov, ki hkrati in preveč skupaj priletijo v ta del detektorja, le-ta deponirane energije posameznih fotonov ne odmeri pravilno, oziroma jih zazna kot en sam pljusk. Zaradi prekrivanja signala je interpretacija dogodka lahko povsem napačna.

Porazdelitve dogodkov signala in ozadja po zgoraj naštetih spremenljivkah so izrisane na sliki 6.5. Kot je iz histogramov opaziti, razlike v porazdelitvah dogodkov ozadja in signala povečini niso tako velike.

Metodo BDT smo preizkusili v več izvedbah, ki se razlikujejo po uporabljenih kombinacijah zgoraj naštetih spremenljivk. V eni od izvedb so bile uporabljene vse omenjene spremenljivke - ta različica je v nadaljevanju poimenovana  $BDT_{all}$ . Pri ostalih so bile nekatere od naštetih spremenljivk izpuščene in uporabljene v različnih kombinacijah. Zaradi velikega števila fotonovskih kandidatov (in zato večje računske zahtevnosti) je bila velikost gozda omejena na 100 dreves z določenimi maksimalnimi globinami reda 3. Učenje smo pognali na manjšem delu dogodkov. Primera dreves pridobljenih z strojnimi učenjem sta prikazana v dodatku C na sliki C.1.

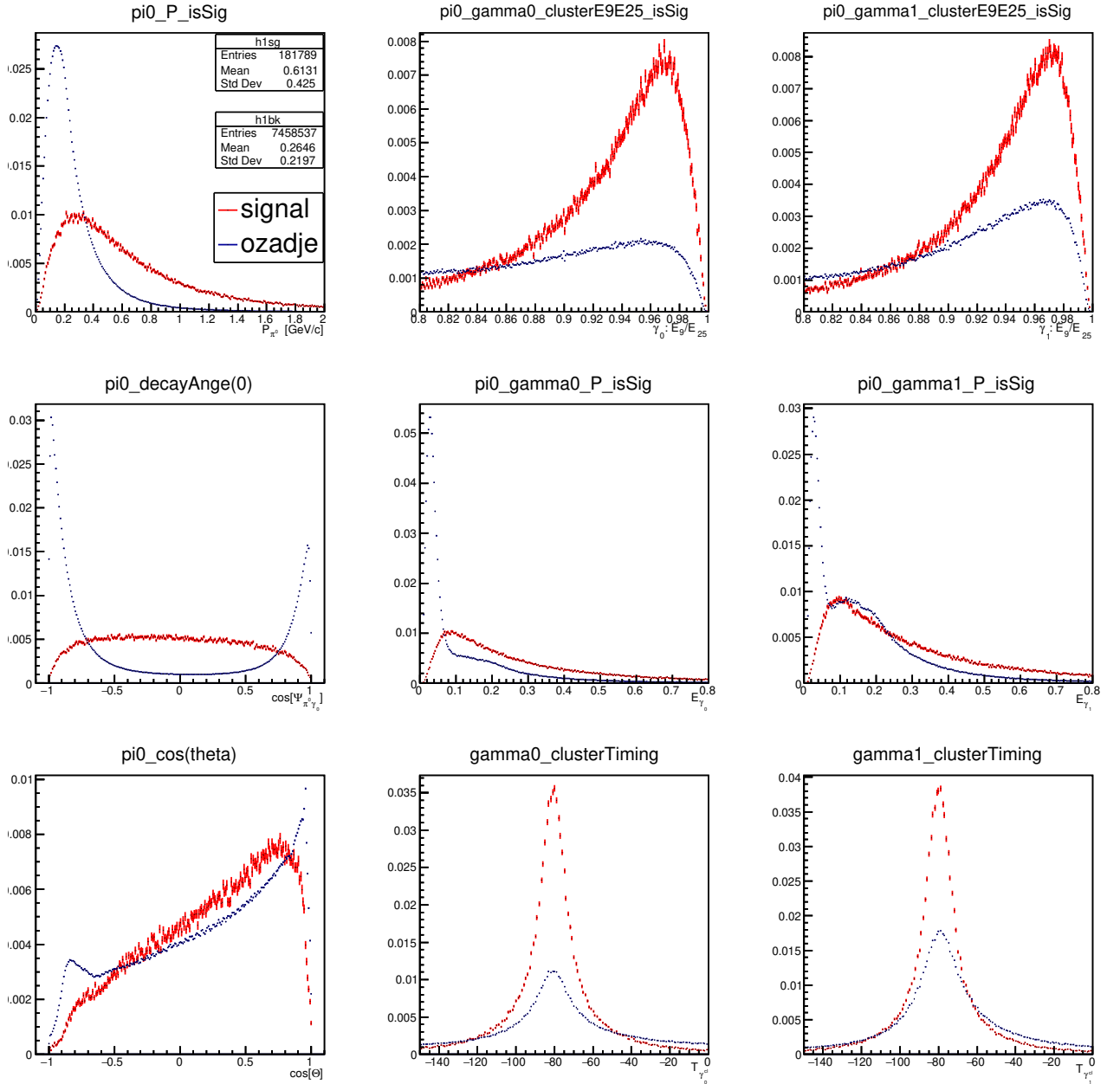
Po končanem učenju klasifikator iz vsake od izvedb apliciramo na preostalem vzorcu. Tako dobimo k vsakemu dogodku v njem pripisane vrednosti, ki ocenijo, ali ta dogodek pripada signalu iz razpada  $\pi^0$  ali ozadju. Te ocene so nove binarne spremenljivke po katerih so porazdeljeni dogodki; večja kot je vrednost take spremenljivke, bolj verjetno gre za dogodek signala. Primer porazdelitve dogodkov za spremenljivko različice  $BDT_{all}$  (imenujmo jo  $BDT_{a11}$ ) je prikazana na sliki 6.6(a), kjer so dogodki signala in ozadja na podlagi MC resnice izrisani ločeno. Videti je, da je klasifikator večini dogodkov signala pravilno pripisal večje vrednosti in dogodkom ozadja manjše.

Da učinkovitosti posamezne BDT različice pri zavračanju ozadja glede na sprejemnost signala lahko primerjamo med seboj, uporabimo krivulje ROC<sup>2</sup>. Analiza s pomočjo krivulje ROC nam omogoča izbrati potencialno optimalni diskriminatorski algoritem oz. metodo za zavračanje dogodkov ozadja. Krivuljo izračunamo tako, da gremo korakoma čez vse stolpce histograma izbrane porazdelitve, pri čemer začnemo s tistim, ki predstavlja glavno območje dogodkov ozadja in nato korakoma vključujemo vedno več stolpcev v smeri območja signala (v primeru porazdelitve po spremenljivki  $BDT_{a11}$  začnemo s skrajno levim stolpcem ter nadaljujemo proti desni). Pri vsakem koraku na  $y$ -os nanašamo vrednosti zavrnitve dogodkov ozadja

$$y = 1 - \frac{N_{oz}^{rez}}{N_{oz}^{vsi}} \quad (6.4)$$

<sup>2</sup>Krajše za ang. Receiver Operating Characteristic.





**Slika 6.5.:** Normirane porazdelitve dogodkov po različnih spremenljivkah uporabljenih za učenje dreves metode BDT. Porazdelitvene karakteristike dogodkov signala  $\pi^0$  in ozadja pri posamezni spremenljivki so si po večini med seboj precej podobne.

in na  $x$ -os izkoristek signala

$$x = \frac{N_{sg}^{rez}}{N_{sg}^{vsi}}. \quad (6.5)$$

Obe osi imata vrednosti med 0 in 1. Točka (0,1) nam pove, da nismo sprejeli signala in se tako izognili tudi vsemu ozadju, medtem ko naslednja trivialna točka (1,0) pove, da ob sprejemu vsega signala ne moremo zavrniti nobenega dogodka ozadja.

Rezultate aplikacije vseh štirih različic naučenih dreves nato s pomočjo ROC krivulj primerjamo med sabo, kot prikazujejo grafi na sliki 6.6(b). Krivulje ROC potekajo po zgornjem delu prvega kvadranta razdeljenega z diagonalo skozi prej omenjeni točki. Diagonala predstavlja karakteristiko

metode, ki pri večanju sprejema signala ohranja isti normaliziran delež ozadja. Tem bolj je ROC od diagonale oddaljena in razpotejnjena proti točki (1, 1), večjo ločljivostno moč metoda ima, saj pri zajemanju signala uspešno zavrača dogodke ozadja. V našem primeru se je kot najboljša med vsemi izkaže različica binarne spremenljivke  $\text{BDT}_{\text{a11}}$ . Ta vsebuje kombinacijo vseh zgoraj naštetih spremenljivk. Ker vsebuje vse spremenljivke, ki so na različnih vzorcih in v različnih kombinacijah različno pomembne, in ker je njena ločljivostna moč malenkost boljša od ostalih, jo izberemo za uporabo v nadaljnji analizi.

Rez po spremenljivki  $\text{BDT}_{\text{a11}}$  nato uporabimo za izločitev ozadja iz vzorca. Ker želimo v študiji z izbirnim kriterijem zavrniti čim več ozadja in ob tem obdržati čim več dogodkov signala, je potrebno rez izvesti pri optimalni vrednosti. Pri tem se ponovno naslonimo na MC resnico simulacije. Z namenom doseči maksimalno razmerje med dogodki signala in statistično negotovostjo vzorca, definiramo krivuljo FOM<sup>3</sup>

$$y = \frac{N_{sg}}{\sqrt{N_{sg} + N_{oz}}}, \quad (6.6)$$

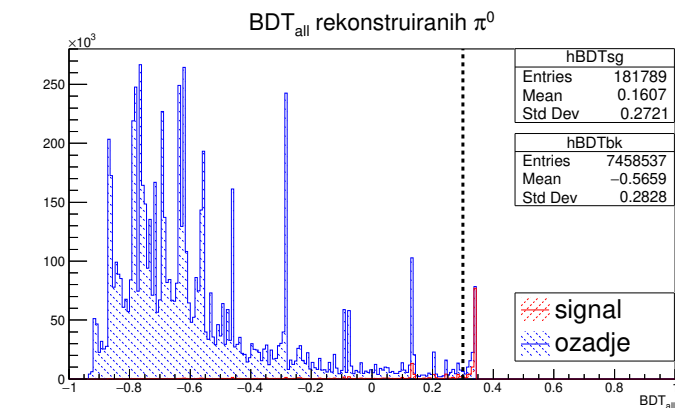
v odvisnosti od reza izvedenega pri izbrani vrednosti spremenljivke 'x', po kateri so ti dogodki porazdeljeni. Podobno kot pri računanju krivulje ROC, vrednost reza premikamo čez histogram in tako v odrez vključujemo vedno več dogodkov. Ko gremo čez vse stolpce, na izrisani krivulji FOM poiščemo položaj  $x_{\text{FOM}_{\text{max}}}$  njenega globalnega maksimuma in pri njem izvedemo rez  $x_{\text{rez}} = x_{\text{FOM}_{\text{max}}}$ .

Na tak način izračunana krivulja FOM je prikazana na sliki 6.6(c). Iz nje razberemo, da je optimalni rez pri vrednosti  $x_{\text{FOM}_{\text{max}}} = 0.3$ , zato ohranimo le dogodke za katere velja  $\text{BDT}_{\text{a11}} > 0.3$ . Porazdelitvi dogodkov, ki ustrezajo masi na intervalu  $0.1 \text{ GeV}/c < m_{\gamma_i\gamma_j} < 0.16 \text{ GeV}/c$ , sta za stanje pred in po aplikaciji optimalnega reza po spremenljivki  $\text{BDT}_{\text{a11}}$  prikazani na histogramih slike 6.7. Rez občutno zmanjša delež ozadja; ob izgubi približno 50% signala se ohrani manj kot 0.2% ozadja.

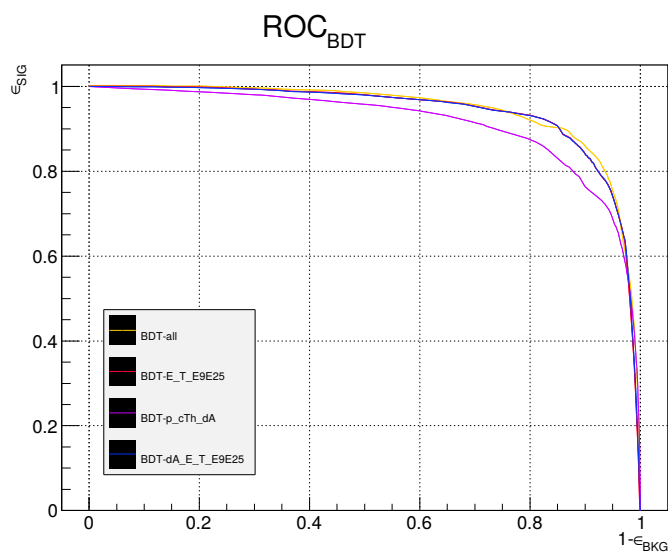
Za razpoznavo dogodkov razpadov nevtralnih pionov, kot glavnega vira ozadja visokoenergijskih fotonov, imamo tako na voljo klasifikator s katerim pridobimo binarno spremenljivko  $\text{BDT}_{\text{a11}}$ . Iz porazdelitve po spremenljivki lahko glede na maksimalno vrednost krivulje FOM določimo optimalni rez in dobimo izbirni kriteriji, s katerim visokoenergijske fotone iz razpadov  $\pi^0$  ločimo od fotonov ostalih virov, med katerimi sta tudi naša iskana radiativna razpada mezonov  $B^0$ .

---

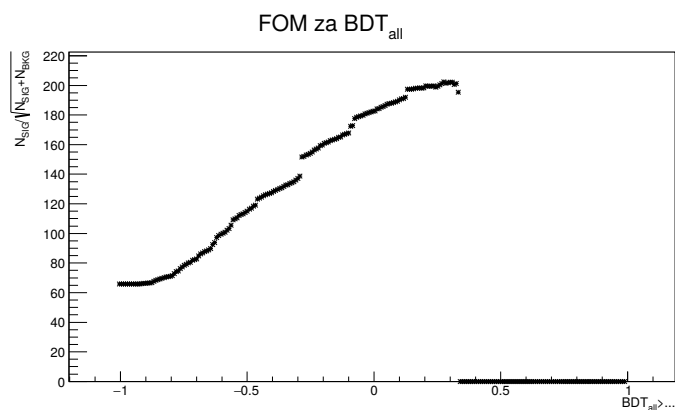
<sup>3</sup>Krajše za ang. Figure Of Merit.



(a)

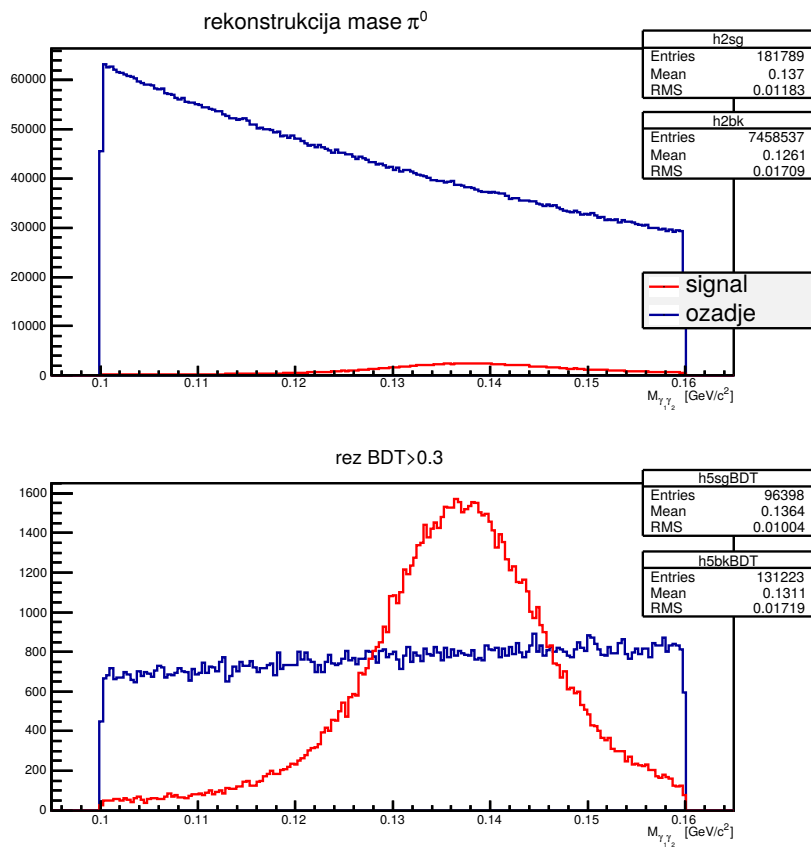


(b)



(c)

**Slika 6.6.:** (a) Histogram spremenljivke  $BDT_{all}$ . Dogodki signala imajo večje vrednosti in dogodki ozadja manjše. Optimalni rez ohrani le dogodke z vrednostmi  $BDT_{all} > 0.3$ . (b) Graf krivulj ROC za različne različice BDT spremenljivke. Najslabše se obnese različica  $BDT_{p\_cTh\_dA}$  in najboljše  $BDT_{all}$ . Krivulji ostalih dveh kombinacij, ki se razlikujeta le v eni dodatni uporabljeni spremenljivki dA, se prekrivata. Oznake spremenljivk pomenijo cTh=  $\cos\theta$ , T= clusterTiming in dA= decayAngle. (c) Graf funkcije FOM spremenljivke  $BDT_{all}$ . Glede na krivuljo FOM je meja optimalnega reza pri vrednosti  $BDT_{all} = 0.3$ . Slednja je na histogramu (a) označena s črtkano vertikalno črto.



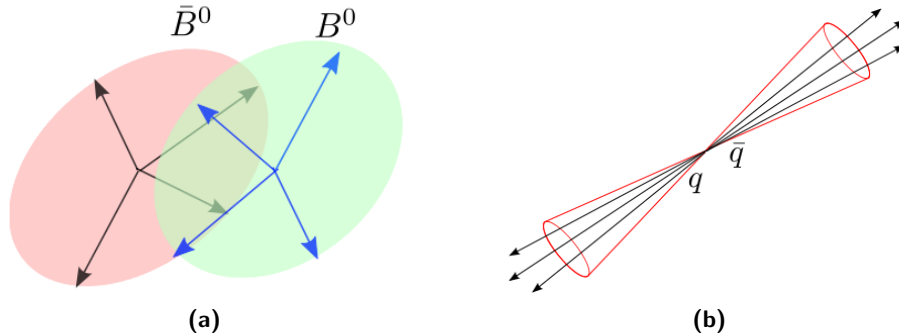
**Slika 6.7.:** Histograma porazdelitev mas kombinacij fotonov  $m_{\gamma_i \gamma_j}$  okrog mirovne mase  $m_{\pi^0}$  prikazujeta dogodke signala pionov (rdeča) in ozadja (modra) znotraj masnega okna  $0.1 \text{ GeV}/c < m_{\gamma_i \gamma_j} < 0.16 \text{ GeV}/c$ , in sicer brez rezov (zgoraj) in z optimalnim rezom  $\text{BDT}_{\text{all}}$  (spodaj). Optimalni rez odstrani več kot 98% dogodkov ozadja, pri čemer ohrani 53% signala.

### 6.2.2. Spremenljivke oblike dogodka za izločanje ozadja kontinuuma

Prevladujoče ozadje v analizi razpadov mezonov  $B^0$  je ozadje, katerega vir so kontinuumski procesi  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ . Ti dogodki za več velikostnih redov preglasijo signal redkih razpadov, zato sta njihova prepoznavna in izločitev ključnega pomena.

Za namen prepoznavne tovrstnega ozadja v težiščnem sistemu (CMS<sup>4</sup>) definiramo t.i. spremenljivke oblike dogodka. Te na osnovi različne prostorske porazdelitve gibalnih količin razpadnih produktov v CMS omogočajo razlikovanje med dogodki  $B\bar{B}$  in dogodki kontinuumskega ozadja. Ker se pri nastanku parov mezonov  $B$  porabi skoraj vsa razpoložljiva energija trka, le-ti v CMS mirujejo. Pri nadaljnjem razpadanju njihovi hčerinski delci zato odletijo v naključnih smereh. Posledica tega je ohranjena sferična geometrija tovrstnih dogodkov, kot je shematično prikazano na sliki 6.8(a). Po drugi strani pa lažji kvarki kontinuumskega ozadja višek energije trka sprejmejo v obliki kinetične energije. To se pozna pri nadaljnji hadronizaciji, kjer se nastali hadroni zaradi večje začetne gibalne količine gibljejo v nasprotnih smereh. Rezultat tega so dogodki z obliko ožje usmerjenih hadronskih pljuskov skicirani na sliki 6.8(b).

Topologijo dogodkov je moč opisati s spremenljivkami za kvantifikacijo oblike dogodka, kot so: Potisk, Fox-Wolframovi momenti ter njihove prirejene različice, stožci CLEO Fisher, ipd.. Matematične definicije teh spremenljivk so predstavljene v dodatku D. Primeri po njih porazdeljenih dogodkov signala in ozadja iz rekonstrukcije razpadnega načina  $\rho^0$  so prikazani na sliki 6.9. Podobno kot v primeru pionskega veta, tudi te spremenljivke s pomočjo metode BDT združimo v enotni klasifikator. Ker je spremenljivk mnogo, lahko zgradimo več različnih klasifikatorjev, ki upoštevajo različne spremenljivke, kot je podrobneje opisano v nadaljevanju.



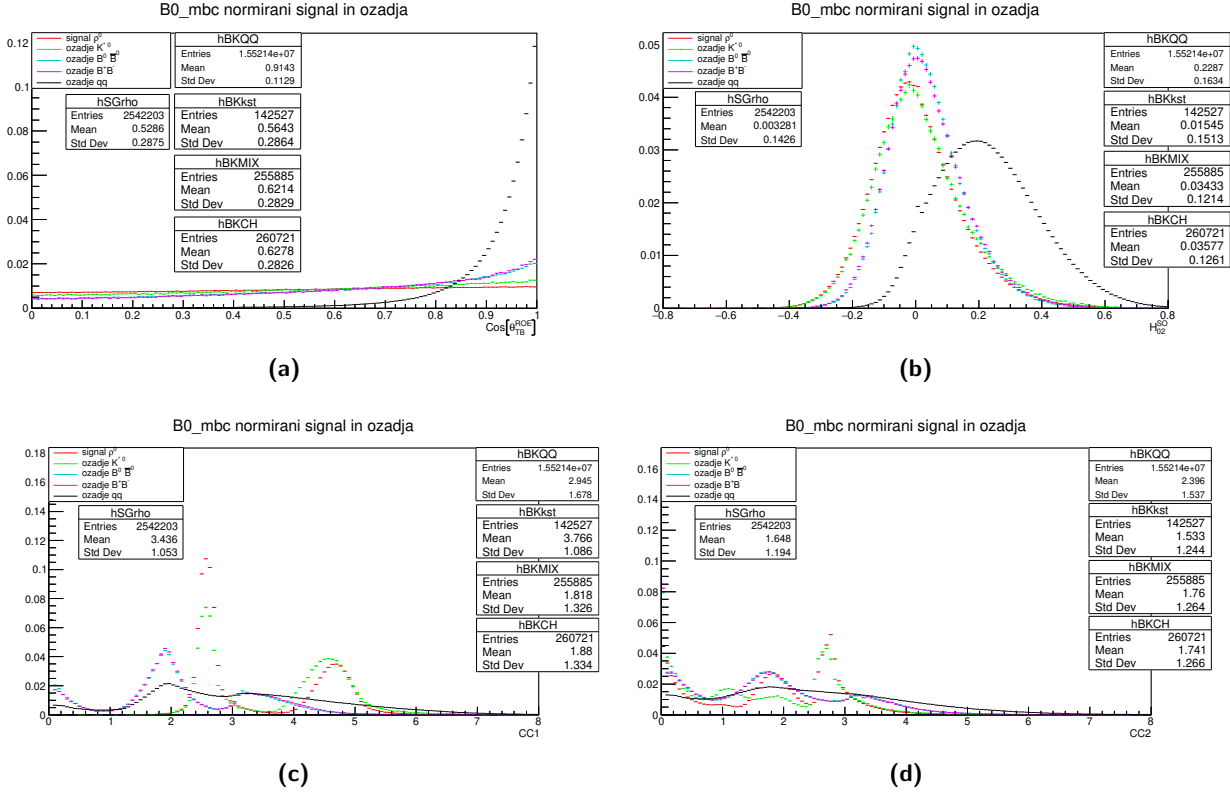
**Slika 6.8.:** Shemi ponazarjata prostorsko porazdelitve produktov nastalih pri dogodku trka med elektroni in pozitroni v IP. (a) Razpadni produkti skoraj mirujočih nastalih mezonov  $B^0$  so izotropno porazdeljeni po prostoru. (b) Produkti dogodkov, ki pripadajo kontinuumskemu ozadju iz lažjih kvarkov, so zaradi viška energije pri njihovem nastanku pospešeni in zato v prostoru detektorja precej bolj usmerjeni. Zaznamo jih v obliki nasprotno usmerjenih stožčastih pljuskov.

#### Aplikacija metode ojačanih odločitvenih dreves (BDT) iz spremenljivk oblike dogodka

Začeli smo z rekonstruiranimi dogodki iz signalnega  $\rho^0$  MC vzorca z dodanim  $125 \text{ fb}^{-1}$  kontinuumskim ozadjem in nad njimi pognali učenja za tri različne izvedbe BDT metode. Tako smo pridobili tri klasifikatorje. Prvi, imenovan  $BDT_{cc}$ , je sestavljen le iz spremenljivk CLEO Fisher, drugi  $BDT_{fw}$  iz Fox-Wolframovih momentov, kvadrirane manjkajoče mase ter transverzalne energije in tretji  $BDT_{ConSup}$  iz združenih spremenljivk obeh prejšnjih različic z dodanima spremenljivkama  $R_2$  ter  $|\cos\Theta_B^{ROE}|$ .

Paket TMVA uporabljen pri učenju omogoča avtomatski izpis izhodnih podatkov o opravljenem učenju, med katerimi so tudi krivulje ROC prikazane na sliki 6.10. Glede na krivulje ROC je najboljšo ločljivost obetala različica  $BDT_{ConSup}$ . Slednjo različico smo zato preizkusili in klasifikator aplicirali

<sup>4</sup>Krajše za ang. Central Mass System.

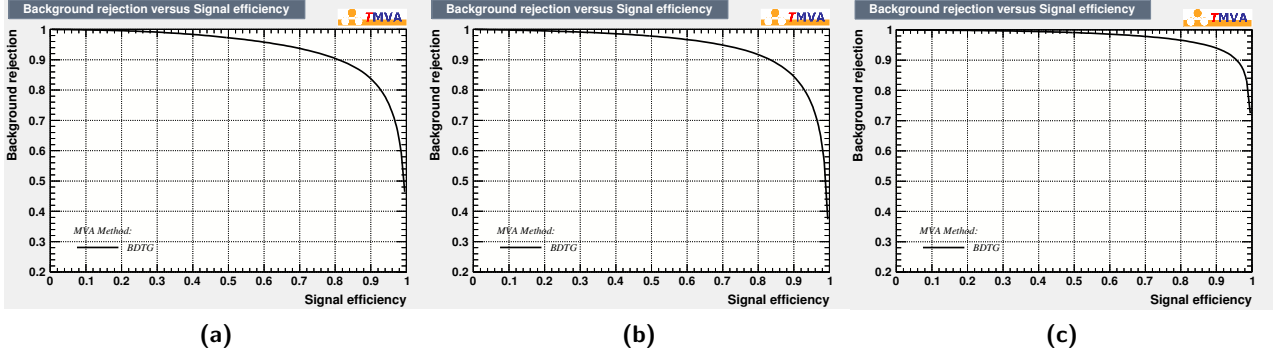


**Slika 6.9.:** Normirani prikaz primerov spremenljivk oblike dogodka za razpadni način  $\rho^0$ . (a) Porazdelitev dogodkov po  $\cos\vartheta_{TB}^{ROE}$ , kjer  $\Theta_{TB}^{ROE}$  označuje kot med vektorjem dominantne smeri delcev iz razpadov mezonov  $T_B$  ter vektorjem preostali delcev v dogodku  $T_{ROE}$ . Očitno je, da so delci, ki ne pridejo od razpadov mezonov  $B$ , v prostoru izrazito usmerjeni k manjšim kotom, produkti signalnih razpadov pa imajo najbolj enakomerno porazdelitev v prostoru. (b) Normirani prikaz ene od spremenljivk prirejenih Fox-Wolframovih momentov  $H_{so(0,2)}$ , kjer je vrh porazdelitve dogodkov  $q\bar{q}$  zamaknjen glede na vrh signalnih dogodkov. Normirani prikazi spremenljivk CLEO Fisher CC1 (c) in CC2 (d) prav tako kažejo razlike v porazdelitvah signala in ozadja.

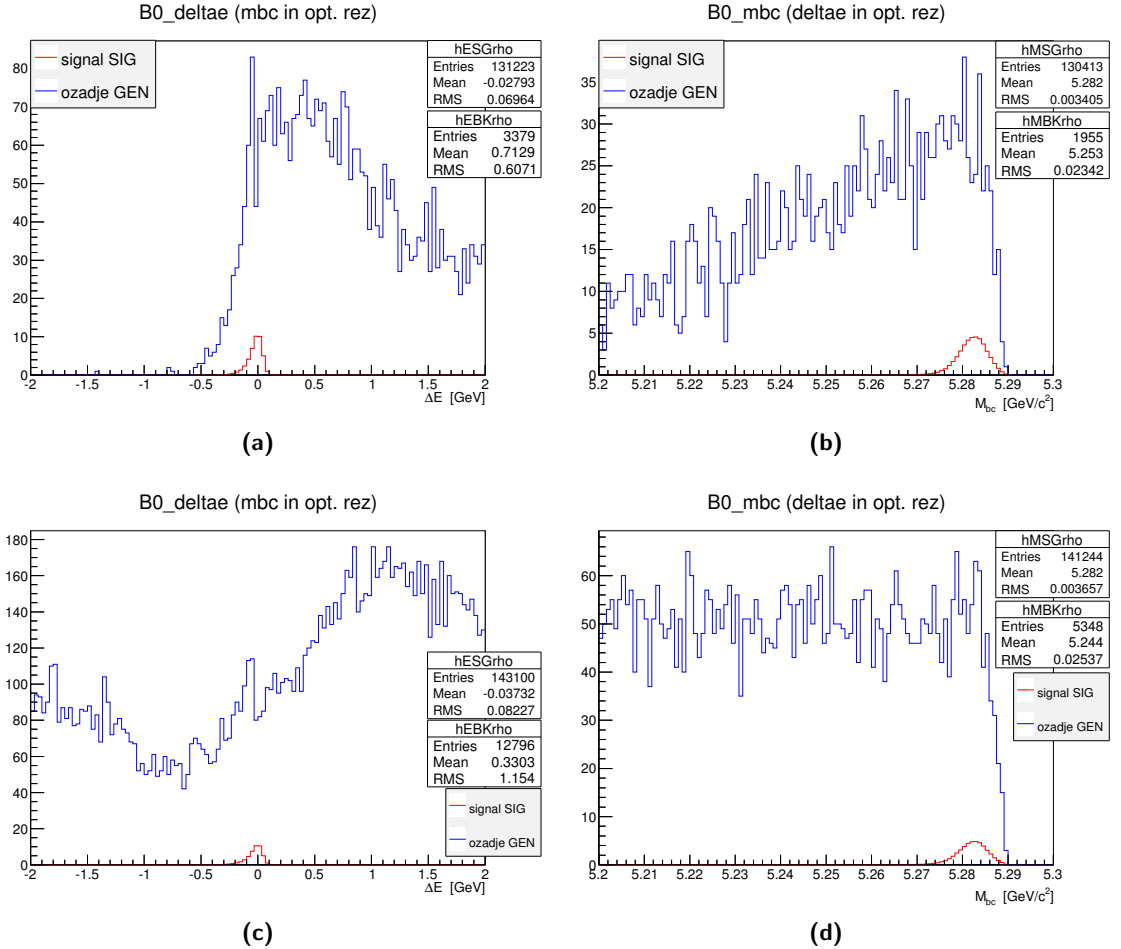
na dogodkih rekonstruiranih iz signalnega vzorca in iz generičnega združenega vzorca velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$ . Tako smo za te dogodke pridobili spremenljivko  $BDTConSup$  in po njej izvedli optimalni rez. Histograma za porazdelitvi po vrednostih  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  z izvedenim rezom sta prikazana na sliki 6.11(a) in (b). Izkaže se, da z optimalnim rezom po  $BDTConSup$  izločimo vse dogodke z vrednostjo  $\Delta E < -0.5 \text{ GeV}$  ter veliko dogodkov z majhnimi vrednostmi  $M_{bc}$ . To predvsem porazdelitvi po  $\Delta E$  dokaj spremeni karakteristiko ozadja, kot je razvidno iz primerjave s histogramom na sliki 6.1(b).

Čeprav smo z rezom po tej spremenljivki odstranili večino ozadja dogodkov kontinuuma, pa bi karakteristika porazdelitve z manjkajočimi dogodki pri negativnih vrednostih povzročala težave pri končnem določanju signalnega donosa s prilagajanjem modelskih funkcij k ozadju. Da se tej težavi izognemo, je bilo potrebno preveriti korelacije med spremenljivkami oblike dogodkov uporabljenimi pri učenju in količinama  $M_{bc}$  ter  $\Delta E$  ter nato generirati nov klasifikator, ki koreliranih spremenljivk ne upošteva. Za ta namen smo izrisali dvodimenzionalne korelacijske histograme in pogledali, ali izrisane porazdelitve dogodkov kažejo kake značilne artefakte, kot so npr. ostre diagonalne črte ali krivulje. Izkazalo se je, da so nekatere spremenljivke CLEO Fisher,  $R_2$  in še nekatere druge nekoliko korelirane z  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ , saj so v nekaterih korelacijskih histogramih vidne ostre črte. Primeri histogramov za korelirane in nekorelirane spremenljivke so predstavljeni na sliki 6.12.

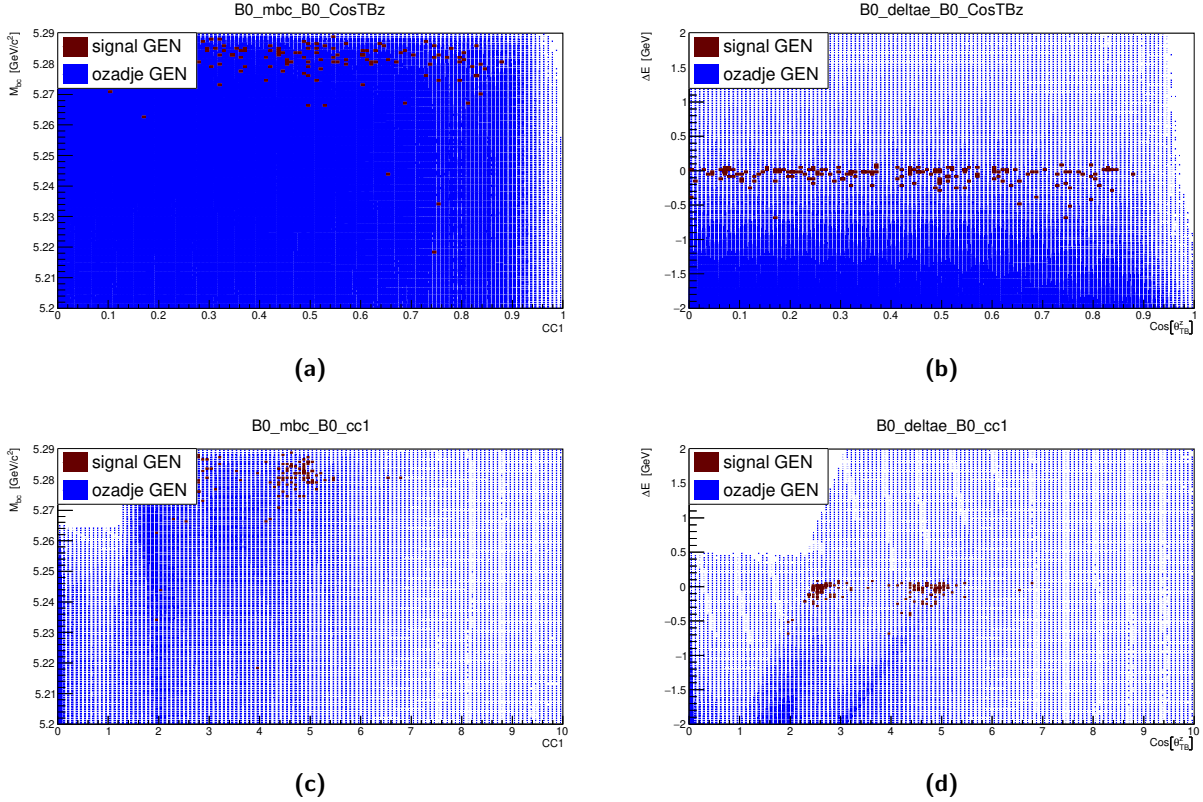
Zaradi ugotovljenih korelacij smo na učnem vzorcu naknadno pognali različice učenja klasifikatorjev  $BDTConSup$ , ki so se razlikovale še v kombinacijah odsotnosti koreliranih spremenljivk CC1, CC2,  $R_2$  in nekaterih drugih. Z optimalnimi rezi po spremenljivkah tipa  $BDTConSup$ .. iz novih različic



**Slika 6.10.:** Graf krivulje ROC (a) po treningu BDTcc za spremenljivke CLEO Fisher, (b) po treningu BDTfw za spremenljivke Fox-Wolframovi momenti in  $E_{tr}$ ,  $M_{miss}^2$  ter graf krivulje ROC (c) po treningu BDTConSup za spremenljivke CLEO Fisher, Fox-Wolframovi momenti in  $E_{tr}$ ,  $M_{miss}^2$ ,  $R_2$ ,  $|\cos\Theta_B^{ROE}|$ . Najboljšo ločljivostno moč ima različica BDTConSup. Različici BDTcc in BDTfw se izkažeta kot slabši.



**Slika 6.11.:** Histogrami porazdelitve dogodkov ozadja in skladno z luminoznostjo skaliranih dogodkov signalnega vzorca razpadnega načina  $\rho^0$  po spremenljivkah  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ . Na histogramih (a) in (b) je apliciran optimalni rez po spremenljivki BDTConSup, ki izloči vse dogodke z vrednostjo  $\Delta E < -0.5$  GeV. Histograma (c) in (d) prikazujeta porazdelitvi z rezom izvedenim po spremenljivki BDTConSupC katere klasifikator ne upošteva spremenljivk koreliranih z  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ . Rez kljub dobri izločitvi ozadja ohrani nekaj dogodkov po celotnem območju  $\Delta E$  porazdelitve. Na obeh histogramih  $\Delta E$  je apliciran tudi rez za signalno okno  $M_{bc} > 5.27$  GeV/ $c^2$  ter analogno na histogramih  $M_{bc}$  rez okno  $\Delta E \in [-0.275, 0.12]$  GeV. Uporabljeni so dogodki iz signalnega vzorca za signal in generičnega združenega vzorca velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$  za ozadje.



**Slika 6.12.:** Korelacijski histogrami (a) za spremenljivki  $\Delta E$  in  $\text{CosTBz}$ , (b) za spremenljivki  $M_{bc}$  in  $\text{CosTBz}$ , (c) za spremenljivki  $\Delta E$  in  $CC_1$  in (d) za spremenljivki  $M_{bc}$  in  $CC_1$ . Dogodki v dvodimenzionalnih histogramih so razporejeni glede na vrednosti spremenljivk  $M_{bc}$  ali  $\Delta E$  na y osi in vrednosti  $\text{CosTBz}$  ali  $CC_1$  na x osi. Na zgornjih histogramih je porazdelitev dogodkov signala in ozadja enakomerna čez celo območje, medtem, ko je na spodnjih histogramih opaziti korelacijsko odvisnost dogodkov v spremenljivki  $CC_1$  z  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ . Korelacija se kaže kot prisotnost ostrih črt v porazdelitvi.

klasifikatorjev smo nato preverili njihov učinek pri izločanju ozadja. Izkazalo se je, da nobeden od novih rezov ni porezal dogodkov v porazdelitvi po  $\Delta E$  in  $M_{bc}$  tako ostro kot prvotni BDTConSup, vendar so bile nekatere nove izvedbe neuporabne saj so se pri izločitvi ozadja zelo slabo odrezale. Primer učinka spremenljivke, ki se izkazal kot dober razločevalec med ozadjem in signalom, a hkrati ohranil nekaj dogodkov ozadja čez celo območje  $\Delta E$ , je prikazan na slikah 6.11(c) in (d).

Podobno smo preverili korelacije in izvedli učenja za spremenljivke tipa BDTConSup.. še na signalnem  $K^{*0}$  MC vzorcu z dodanim kontinuamskim ozadjem velikosti  $125 \text{ fb}^{-1}$ . Tako smo poleg klasifikatorja multivariatnega pionskega veta za visokoenergijske fotone za oba razpadna načina pridobili še klasifikatorje za izločanje ozadja dogodkov kontinuuma.

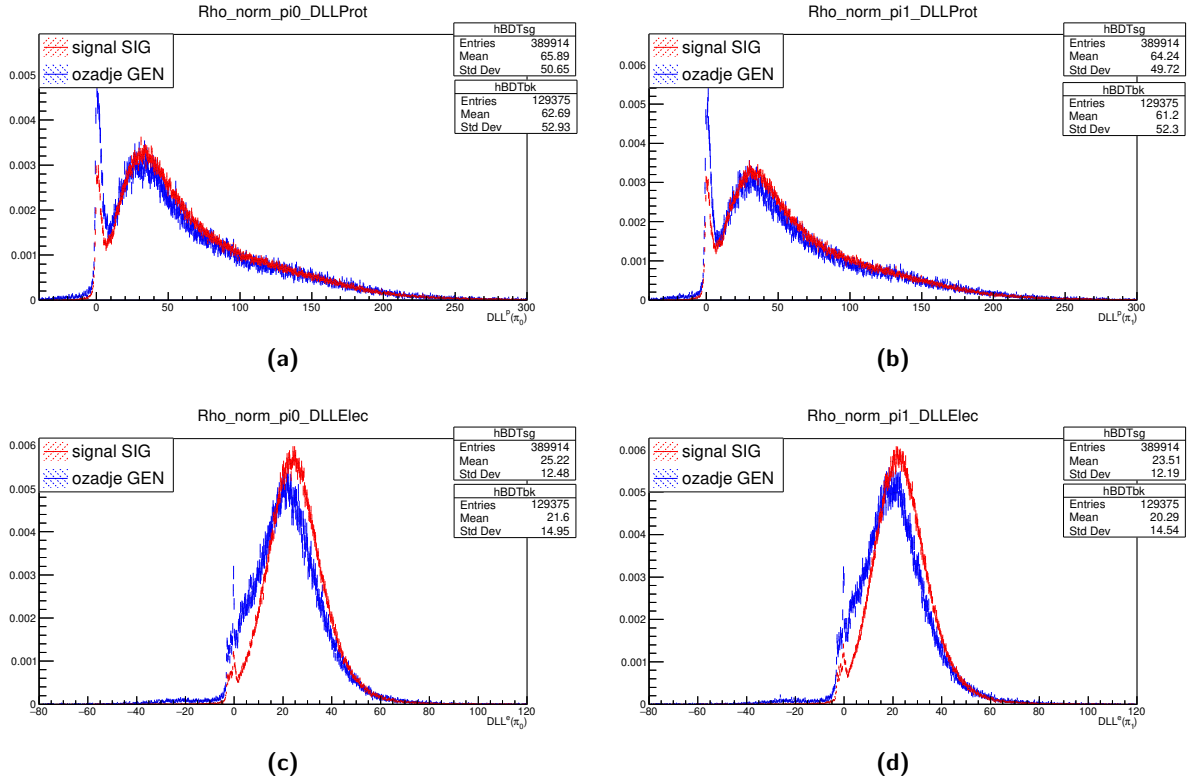
### 6.2.3. BDT in spremenljivke DLL sistema PID

S spremenljivkami DLL želimo izločiti predvsem ozadje, ki ga s spremenljivkami oblike dogodka ne moremo. To ozadje prihaja predvsem od kinematično podobnih si razpadov mezonov  $B$ , kot je npr. že samo ozadje razpadnega načina  $K^{*0}$  v območju signalnih dogodkov razpadnega načina  $\rho^0$ . Če izrišemo normirane porazdelitve dogodkov ozadja in signala razpadnega načina  $\rho^0$  po spremenljivkah DLL, opazimo, da so si porazdelitvene karakteristike dogodkov signala in ozadja pri posamezni DLL spremenljivki precej podobne; nekaj primerov za spremenljivke DLL je prikazanih na sliki 6.13. Za morebitno izboljšanje ločljivostne moči, tako tudi v primeru spremenljivk tipa DLL preizkusimo metodo BDT in jih združimo v en klasifikator.

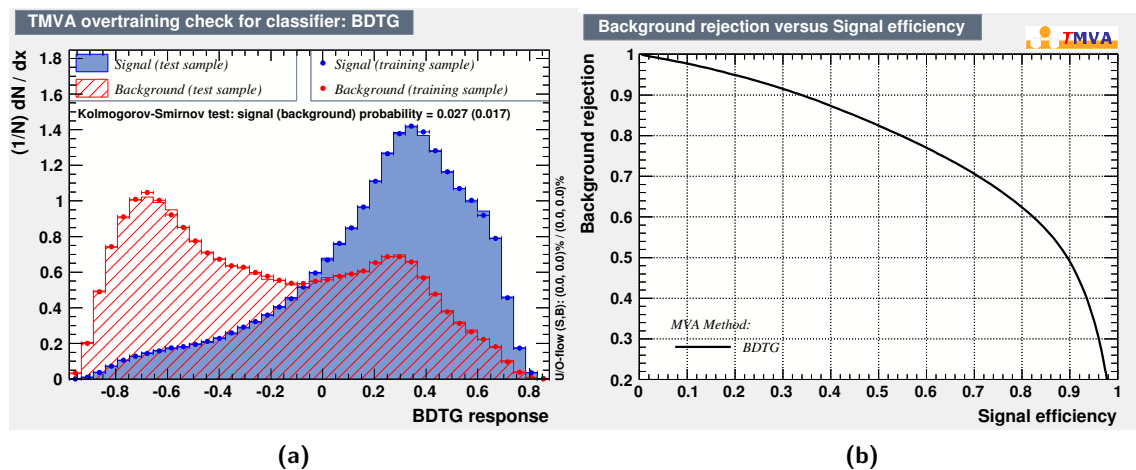
Ker spremenljivke DLL niso kazale izrazitih korelacij s količinama  $M_{bc}$  in  $\Delta E$ , smo učenje pognali



za vse spremenljivke tipa DLL na obeh signalnih  $\rho^0$  in  $K^{*0}$  MC vzorcih s  $125 \text{ fb}^{-1}$  kontinuumskega ozadja in ozadja generičnih razpadov mezonov  $B$ . Porazdelitev dogodkov po novi spremenljivki je za primer razpadnega načina  $\rho^0$  prikazana na sliki 6.14. Zraven je prikazana še pripadajoča krivulja ROC. V primerjavi s krivuljami ROC za spremenljivke tipa BDTConSup je v tem primeru pričakovati slabšo ločljivostno moč.



**Slika 6.13.:** Histogrami normiranih porazdelitev dogodkov iz  $\rho^0$  po spremenljivkah (a)  $DLL^p(\pi_0^\pm)$ , (b)  $DLL^p(\pi_1^\pm)$ , (c)  $DLL^e(\pi_0^\pm)$  in (d)  $DLL^e(\pi_1^\pm)$ . Pri vseh so podatki zajeti le iz okna omejenega z  $M_{bc} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$  in  $\Delta E \in [-0.275, 0.12] \text{ GeV}$ . Porazdelitve signala in ozadja precej sovpadajo in ne obetajo dobre ločljivostne moči.



**Slika 6.14.:** Informacije o treniranju BDTd11 za spremenljivke  $DLL^k(\pi_0)$ ,  $DLL^k(\pi_1)$ ,  $DLL^p(\pi_0)$ ,  $DLL^p(\pi_1)$ ,  $DLL^e(\pi_0)$ ,  $DLL^e(\pi_1)$ ,  $DLL^\mu(\pi_0)$  in  $DLL^\mu(\pi_1)$ . Histogram (a) prikazuje porazdelitev dogodkov po spremenljivki BDTd11 ločeno za signal (modra) in ozadje (rdeča). Porazdelitveni karakteristiki dogodkov signala in ozadja sta si med seboj precej bolj različni kot v primerih za posamezno DLL spremenljivko. Na grafu (b) je prikazana iz histograma (a) računana krivulja ROC.

### 6.3. Aplikacija klasifikatorjev in optimizacija rezov na združenih MC vzorcih

V prejšnjem podpoglavju pripravljene klasifikatorje je potrebno aplicirati na združenem generičnem MC vzorcu na katerem določamo signalni donos. Za to uporabimo generični združeni MC vzorec z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$ . Ker pa so v tem vzorcu signalni razpadi še vedno zelo redki, se je za namen optimizacije potrebno poslužiti tudi signalnih dogodkov iz signalnih MC vzorcev obeh razpadnih načinov. Z aplikacijo klasifikatorjev na omenjenih vzorcih najprej pridobimo v prejšnjem podpoglavju predstavljene spremenljivke in nato po njih optimiziramo reze za izločanje ozadja.

V nadaljevanju bi bilo za določitev signalnega donosa s prilagajanjem modelov na porazdelitev signala in ozadja v principu najbolje narediti dvo-dimenzionalni model v prostoru  $M_{bc} : \Delta E$ , kar pa je v tem primeru zaradi kompleksnih korelacij prezahtevno. Zato smo se odločili uporabiti lažje izvedljiv eno-dimenzionalni model. V eno-dimenzionalnem modelu uporabimo porazdelitve po  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  in ju obravnavamo ločeno. Pri tem je težko vnaprej predvideti katera porazdelitev bo na koncu podala boljši rezultat, zato reze za izločanje ozadja optimiziramo za obe.

#### Priprava spremenljivk izbirnih kriterijev

Spremenljivke tipa `BDTConSup..` za izločanje ozadja kontinuuma pridobimo po opravljeni rekonstrukciji mezonov  $B^0$  tako, da klasifikatorje apliciramo na že rekonstruiranih dogodkih iz večjih generičnih in signalnih združenih MC vzorcev. Enako pridobimo še spremenljivke `BDTd11` za ločevanje med delci  $K$ ,  $\pi$ ,  $e$ ,  $\mu$ .

Na ozadje visokoenergijskih fotonov, katere nameravamo izločiti z multivariatnim pionskim vetom, se je potrebno pripraviti že tekom rekonstrukcije mezonov  $B^0$ . Da bi pridobili spremenljivko za pionski veto, moramo delce med rekonstrukcijo na MC vzorcu znotraj vsakega dogodka najprej razdeliti, in sicer na tiste ki jih uporabimo za rekonstrukcijo mezonov  $B^0$  in preostale delce v dogodku; slednje v nadaljevanju imenujemo delci ROE<sup>5</sup>. Po opravljeni rekonstrukciji radiativno razpadlih mezonov  $B^0$  (se pravi kombiniranju hčerinskih fotonov z delci vmesnih stanj  $\rho^0$  ali  $K^{*0}$ ) taiste fotone  $\gamma$  kombiniramo še s fotoni  $\gamma_i^{ROE}$  in tako rekonstruiramo delce  $\pi_i^0$ . Nad slednjimi nato apliciramo v prejšnjem poglavju predstavljen klasifikator `BDTall` in za kombinacije parov  $\gamma\gamma_i^{ROE}$  pridobimo vrednosti `BDTall`. Vsakemu hčerinskemu fotonu  $\gamma$  uporabljenemu pri rekonstrukciji mezona  $B^0$  nato pripišemo vrednost `pi0vetoBDT`, ki je največja vrednost spremenljivke `BDTall` izmed vseh rekonstruiranih pionov  $\pi_i^0$  v dogodku. S pomočjo rezov po tako pridobljeni spremenljivki lahko pri optimizaciji izbirnih kriterijev izločimo tiste rekonstruirane kandidate za radiativno razpadli mezon  $B^0$ , pri katerih uporabljeni foton z veliko verjetnostjo prihaja iz razpada nevtralnega piona; saj mezoni  $B^0$  rekonstruirani s takšnimi fotoni najverjetneje predstavljajo kandidate ozadja.

#### Princip optimizacije izbirnih kriterijev

S pomočjo pridobljenih spremenljivk tipa `BDTConSup..`, `pi0vetoBDT` in `BDTd11`, izvedemo več optimizacij izbirnih kriterijev/rezov v različnih kombinacijah. Pri tem vedno izvedemo reza po `BDTd11` in `pi0vetoBDT` v kombinaciji z rezom po eni od variant `BDTConSup...`. Optimizacijo izvajamo v signalnih oknih omejenih z  $M_{bc} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$  ali  $\Delta E \in [-0.275, 0.12] \text{ GeV}$ , ker pa porazdelitvi obravnavamo ločeno, za namen modeliranja po eni teh dveh spremenljivk dodatno izvedemo še optimalni rez pri drugi. Krivulje FOM računamo iz histogramov porazdelitev dogodkov ozadja generičnega združenega MC vzorca in iz skladno z luminoznostjo obteženega signala signalnega združenega MC vzorca. Slednji namreč s svojo dobro statistiko omogoči gladko obliko porazdelitve dogodkov signala, kar zmanjša vpliv fluktuacij na določanje maksimuma krivulje FOM.

V principu je potrebno rez za posamezno spremenljivko iz kombinacije optimizirati pri optimalnih vrednostih rezov vseh ostalih spremenljivk. To pa je lahko problematično, saj so optimalne vrednosti

<sup>5</sup>Krajše za ang. Rest Of Event.

vsakega reza odvisne od vseh drugih spremenljivk; torej tudi od tiste, ki jo optimiziramo. Dela se zato lotimo iterativno. Najprej glede na vrednost maksimuma krivulje FOM optimiziramo rez po le eni izmed njih ter pri optimizaciji naslednjega reza že uporabimo optimalno vrednost prejšnjega. Ko tako optimiziramo rez vsake od uporabnih spremenljivk, iterativno ponavljamo krog, dokler rezi ne skonvergirajo in maksimalna vrednost FOM ne narašča več.

Primer poteka iterativnega postopka apliciranja ter optimizacije rezov za razpadni način  $\rho^0$  je prikazan na sliki 6.15. Tu začnemo z optimalnim rezom po varianti BDTConSupC, ga apliciramo in tako nadaljujemo z rezi po ostalih dveh BDT spremenljivkah, ki vrednost FOM še dvigneta. Nadaljujemo tako, da ohranimo le reza po zadnjih dveh spremenljivkah in ponovno optimiziramo prvotni rez BDTConSupC; zanj tako dobimo novo vrednost pri še boljši maksimalni vrednosti FOM. Ker po uporabi tega reza ponovna optimizacija preostalih dveh stanja ni več izboljšala, smo lahko iterativni postopek zaključili. Na tak način dobimo optimalne vrednosti vseh kombinacij rezov za oba razpadna načina in načeloma izberemo tisto, z največjo doseženo končno vrednostjo FOM.

V nadaljevanju so po opisu optimizacij posameznih razpadnih načinov  $\rho^0$  in  $K^{*0}$  navedeni rezultati optimizacij. Optimalne kombinacije rezov so v zbrane v tabelah. Na koncu so izrisani še histogrami dogodkov iskanih porazdelitev  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  za stanje po izvedbi optimiziranih rezov in pa dvodimenzionalni histogrami s katerimi preverimo korelacijo med količinama  $M_{bc}$  in  $\Delta E$ .

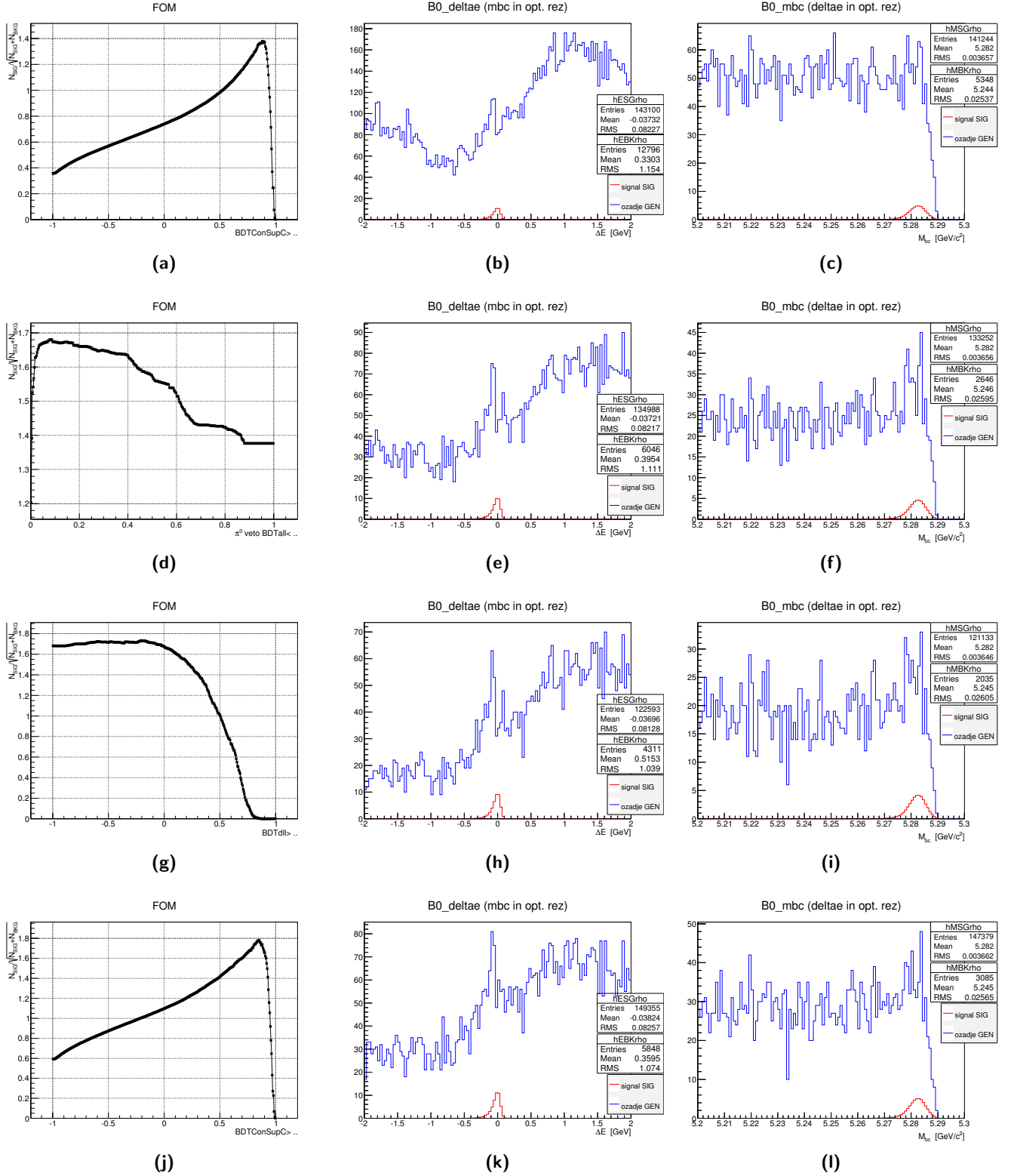
### 6.3.1. Aplikacija rezov in optimizacija razpadnega načina $\rho^0$

Pred optimizacijo smo poostrili omejitve po rekonstruirani masi  $M_{\rho^0} \in [0.64, 0.89]$  GeV/c ter izvedli rez po spremenljivki `B0_gamma_clusterE9E25 > 0.95`. Optimizacijo smo izvajali za vsako od obeh porazdelitev posebej, in sicer v signalnem oknu  $\Delta E \in [-0.275, 0.12]$  GeV za porazdelitev  $\Delta E$  in  $M_{bc} > 5.27$  GeV/c<sup>2</sup> za porazdelitev  $M_{bc}$ . Normirani histogrami signalnih oken za  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  pred optimizacijo so prikazani na sliki 6.16. Pri računanju vrednosti FOM smo signalni del dogodkov iz združenega signalnega vzorca, obtežili s faktorjem  $E_{ff} = N_{sg}^{sig}/N_{sg}^{gen} = 3.3 \cdot 10^{-4}$ ; kjer  $N_{sg}^{sig}$  in  $N_{sg}^{gen}$  označujeta število vseh signalnih dogodkov v uporabljenem signalnem MC vzorcu in v generičnem združenem MC vzorcu z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$ .

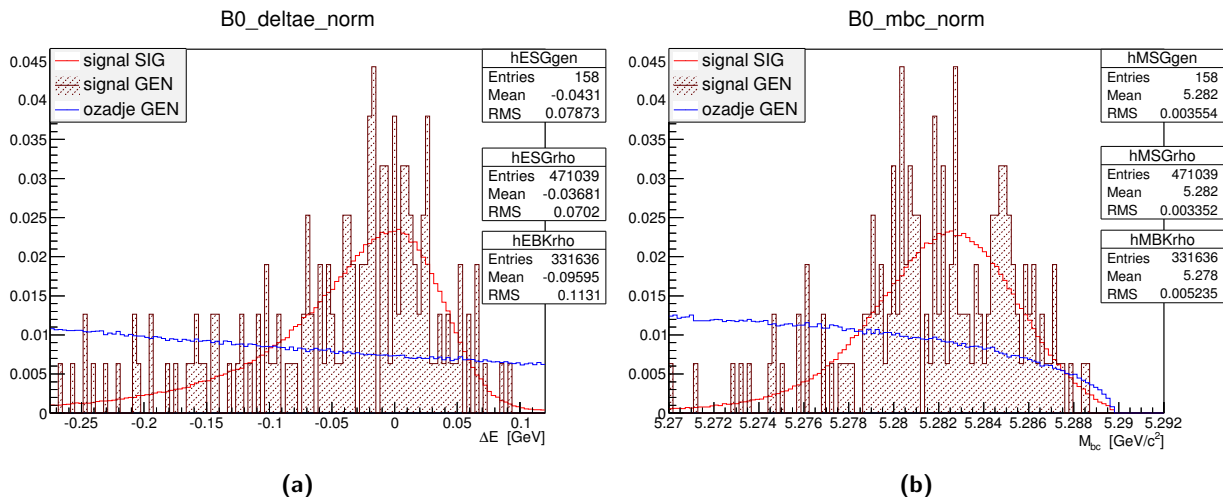
Pri optimizacijah je k večji vrednosti FOM je vedno največ prispeval rez po spremenljivki tipa BDTConSup., ki odstrani tudi največji del ozadja. Po učinkovitosti je sledil rez po spremenljivki `pi0vetoBDT` in skladno s pričakovanji je najmanj prispeval rez po spremenljivki BDTd11. Kot najboljša pa se je izkazala kombinacija rezov po `pi0vetoBDT`, BDTd11 in varianti BDTConSupC, katere klasifikator ne upošteva spremenljivk CC1, CC2 in  $R_2$ .

Kljub najboljši izločitvi ozadja glede na vrednosti FOM pa se je v neposredni bližini vrha signalnih dogodkov med dogodki ozadja ohranil vrh (glej sliko 6.15(k)), ki se sklada z napačno rekonstruiranimi dogodki radiativnih razpadov razpadnega načina  $K^{*0}$  (glej primerjavo s histogramom na sliki 6.1(b)). Ta vrh se je kasneje izkazal kot zelo moteč, saj se je preveč prekrival z vrhom porazdelitve signalnih dogodkov. Kot tak je predstavljal težavo pri določanju signalnega donosa. Končni rezultat določitve števila signalnih dogodkov je na tako optimiziranem vzorcu namreč precej odstopal od MC resnice in podal veliko negotovost. Optimizacijo rezov je bilo zato potrebno ponoviti in dodelati. Pri tem se je izkazalo, da se z opustitvijo reza po spremenljivki BDTd11 in direktno uporabo optimalnih rezov po spremenljivkah  $DLL^k(\pi_0)$  in  $DLL^k(\pi_1)$  znebimo ravno omenjenega vrha, končna vrednost FOM pa se v primerjavi s prejšnjo kombinacijo rezov le malenkost zmanjša. Z optimalnim rezom po teh dveh spremenljivkah nepričakovano učinkoviteje zmanjšamo moteč vrh porazdelitve  $K^{*0}$  iz delcev  $K^\pm$  napačno identificiranih kot  $\pi^\pm$ . To pa mogoče ni tako nenavadno, saj ti dve spremenljivki ločujeta izključno med pioni in kaoni, medtem ko je spremenljivka BDTd11 sestavljena iz celotnega nabora spremenljivk tipa DLL, vlogo vseh pri izločanju ozadja generičnih razpadov mezonov  $B$  pa klasifikator različno obteži.

Za porazdelitev dogodkov glede na vrednost  $M_{bc}$  smo dodatno izvedli in optimizirali še rez po spremenljivki  $\Delta E$ , in analogno za porazdelitev  $\Delta E$  optimizirali rez po spremenljivki  $M_{bc}$ . Rezultati



**Slika 6.15.:** Histogrami  $|\Delta E|$  in  $M_{bc}$  ter grafi krivulj FOM v zaporedju optimizacije rezov (od zgoraj navzdol) za primer kombinacije s spremenljivkami BDTConSupC, pi0vetoBDT in BDTd11. Iz grafov (g) in (j) je opaziti, da v drugem krogu optimizacije maksimalna vrednost FOM naraste in se vrh krivulje za spremenljivko BDTConSupC premakne - prvotna optimalna vrednost reza BDTConSupC se je po izvedbi rezov po pi0vetoBDT in BDTd11 torej malenkost spremenila. S takšnim iteriranjem optimizacije rezov nadaljujemo, dokler se maksimalna vrednost FOM izboljšuje. V tem primeru se je vrednost ustavila pri  $FOM_{max} \approx 1.78$  in je nadaljna optimizacija po spremenljivkah pi0vetoBDT in BDTd11 ni izboljšala.



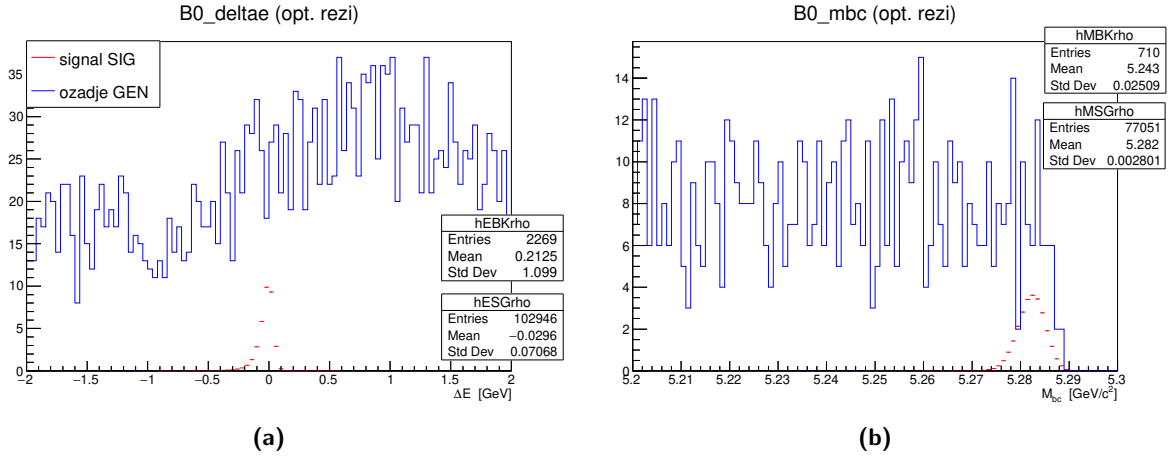
**Slika 6.16.:** Rekonstrukcije dogodkov razpadnega načina  $\rho^0$  iz signalnega  $\rho^0$  MC vzorca in iz generičnega združenega MC vzorca z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$ . V histogramih prikazane porazdelitve po (a)  $\Delta E$  in (b)  $M_{bc}$  s normirane. Prikazani so dogodki ozadja (modra) in signala (rjava) iz generičnega MC vzorca ter signalni dogodki iz signalnega MC vzorca (rdeča). Preden začetkom optimizacije je bila na prikazanih dogodkih poostrena omejitev  $M_{\rho^0} \in [0.64, 0.89] \text{ GeV}/c$  in izveden dodatni rez  $B0\_gamma\_clusterE9E25 > 0.95$ . Uporabljena sta bila še posamezna reza  $\Delta E \in [-0.275, 0.12] \text{ GeV}$  in  $M_{bc} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$  za ustrezno signalno okno.

optimizacije rezov za razpadni način  $\rho^0$  so zbrani v tabeli 6.1, z njimi pridobljeni porazdelitvi pa na sliki 6.17.

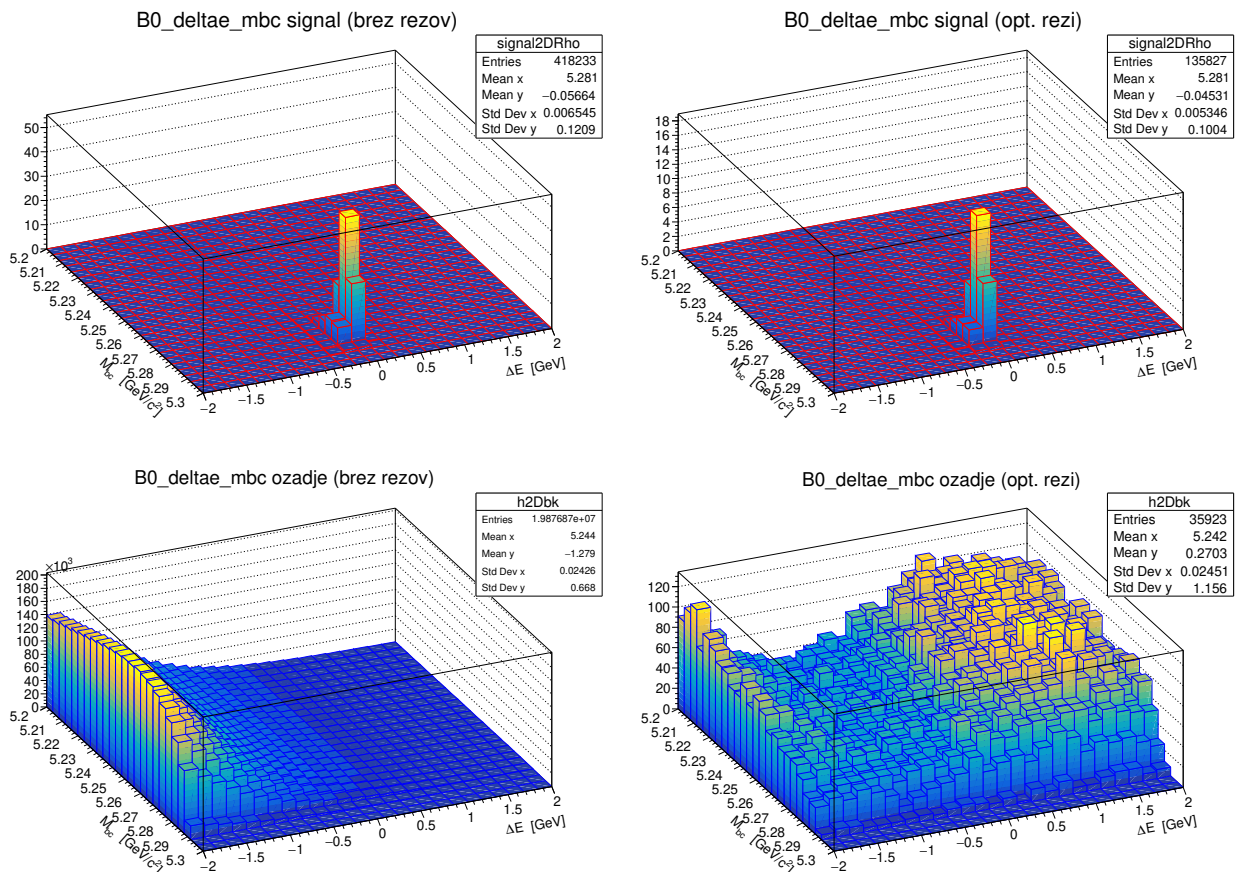
Na koncu sta izrisana še dvodimenzionalna histograma porazdelitve dogodkov po spremenljivkah  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  prikazana na sliki 6.18. Ločimo ju za dogodke pred izvedenimi optimizacijskimi rezi (brez optimalnih rezov po  $M_{bc}$  in  $\Delta E$ ) in po njih. Videti je, da se z optimalnimi rezi znebimo večine ozadja, katerega karakteristika porazdelitve se spremeni predvsem v projekciji na spremenljivko  $\Delta E$ . Sama karakteristika porazdelitve signalnih dogodkov se ne spremeni, vendar za ceno izločanja ozadja izgubimo dobršen del signala. Končna statistika dogodkov signala razpadnega načina  $\rho^0$  je tudi za najboljšo kombinacijo rezov pri takšni luminoznosti žal slaba.

**Tabela 6.1.:** Tabela optimalnih rezov po izbranih spremenljivkah določenih iz maksimumov krivulj FOM za razpadni način  $\rho^0$ . Pri optimizaciji je poostrena omejitev po rekonstruirani masi  $M_{\rho^0} \in [0.64, 0.89]$  GeV/c ter spremenljivki  $B0\_gamma\_clusterE9E25 > 0.95$ . Rezi so optimizirani v signalnih oknih posamezne porazdelitve, in sicer v  $\Delta E \in [-0.275, 0.12]$  GeV ter v  $M_{bc} > 5.27$  GeV/c<sup>2</sup>. Krivulja FOM je računana z uporabo skaliranih dogodkov signala iz signalnega MC vzorca in dogodkov ozadja iz generičnega združenega MC vzorca z luminoznostjo 375 fb<sup>-1</sup>.

okno	spremenljivka	rez	FOM <sub>max</sub>
$M_{bc} \in [5.279, 5.287]$ GeV/c <sup>2</sup>			
$\Delta E$	BDTConSupC	>0.855	2.05
	pi0vetoBDT	<0.1	
	DLL <sup>k</sup> ( $\pi_0$ )	>4.5	
	DLL <sup>k</sup> ( $\pi_1$ )	>3.5	
$\Delta E \in [-0.056, 0.062]$ GeV			
$M_{bc}$	BDTConSupC	>0.88	2.02
	pi0vetoBDT	<0.174	
	DLL <sup>k</sup> ( $\pi_0$ )	>4.3	
	DLL <sup>k</sup> ( $\pi_1$ )	>2.05	



**Slika 6.17.:** Histograma porazdelitve dogodkov signala (rdeča) in ozadja (modra) po spremenljivkah (a)  $\Delta E$  in (b)  $M_{bc}$  prikazujeta stanje po izvedbi optimalnih rezov najboljše kombinacije s spremenljivko BDTConSupC podane v tabeli 6.1. Veljata tudi dodatni omejitvi  $M_{\rho^0} \in [0.64, 0.89]$  GeV/c in rez  $B0\_gamma\_clusterE9E25 > 0.95$ . Izrisani signalni del dogodkov iz signalnega MC vzorca je obtežen s faktorjem  $E_{ff} = 3.3 \cdot 10^{-4}$ . Videti je, da se z uporabo rezov tipa DLL<sup>k</sup>( $\pi$ ) res znebimo večjega dela motečega vrha dogodkov ozadja v bližini vrha signalnih dogodkov, ki je prisoten na histogramu 6.15(k). Kljub izboljšani optimizaciji rezov pa ozadje še vedno prevlada in zato napoveduje oteženo določanje signalnega donosa za razpadni način  $\rho^0$ .

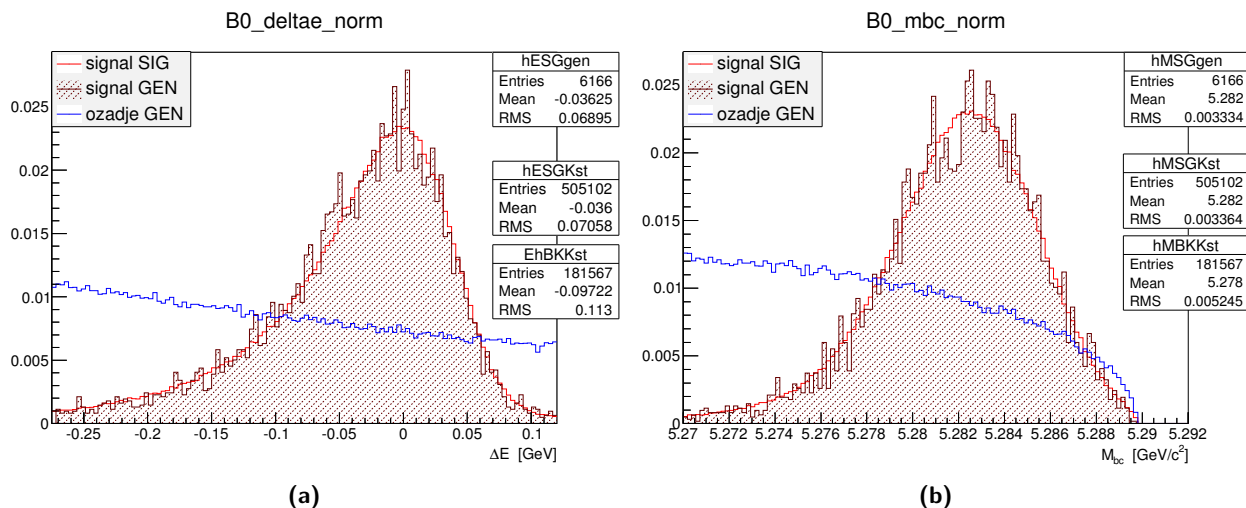


**Slika 6.18.:** Dvodimenzionalni histogrami porazdelitve dogodkov po spremenljivkah  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  iz rekonstrukcije razpadnega načina  $\rho^0$ . Leva histograma prikazujeta stanje po rekonstrukcij brez vsakršnih dodatnih rezov in desna stanje po izvedbi optimalnih rezov najboljše kombinacije s spremenljivkami BDTConSupC, pi0vetoBDT,  $DLL^K(\pi_0)$  in  $DLL^K(\pi_1)$  iz optimizacije v oknu  $\Delta E$ . Pri histogramih z rezi veljata dodatni omejitvi  $M_{\rho^0} \in [0.64, 0.89]$  GeV/c in rez  $B0\_gamma\_clusterE9E25 > 0.95$ . Izrisani signalni del dogodkov iz signalnega MC vzorca je v vseh primerih izrisan obtežen s faktorjem  $E_{ff} = 3.3 \cdot 10^{-4}$ . Po izvedbi optimalnih rezov je opaziti očitno spremembo karakteristike porazdelitve ozadja (predvsem na projekciji  $\Delta E$ ) in zmanjšanje števila signalnih dogodkov. Čisto blizu pozicije vrha porazdelitve signala je v porazdelitvi ozadja še vedno prisoten manjši vrh, h kateremu prispevajo delci  $K^{*0}$  iz napačno identificiranih  $\pi^\pm$ .



### 6.3.2. Aplikacija rezov in optimizacija razpadnega načina $K^{*0}$

Pri optimizaciji tega razpadnega načina nismo poostriili reza po  $M_{K^{*0}}$  in nismo izvedli dodatnega reza po spremenljivki `B0_gamma_clusterE9E25`. Optimizacijo smo tudi tokrat za vsako porazdelitev posebej izvedli v signalih oknih  $\Delta E \in [-0.275, 0.12]$  GeV oz.  $M_{bc} > 5.27$  GeV/ $c^2$  prikazanih na sliki 6.19. Pri računanju vrednosti FOM in izrisih signala na histogramih je uporabljen obtežitveni faktor  $E_{ff} = 1.22 \cdot 10^{-2}$ .



**Slika 6.19.:** Rekonstrukcije dogodkov v razpadnem načinu  $K^{*0}$  iz signalnega in generičnega združenega MC vzorca z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$ . V histogramih prikazane porazdelitve po (a)  $\Delta E$  in (b)  $M_{bc}$  so normirane. Prikazani so dogodki ozadja (modra) in signala (rjava) iz generičnega MC vzorca ter signalni dogodki iz signalnega  $K^{*0}$  MC vzorca (rdeča). Pri izrisu teh histogramov so uporabljeni rezi  $M_{K^{*0}} \in [0.75, 1.05]$  GeV/ $c$ ,  $\Delta E \in [-0.275, 0.12]$  GeV in  $M_{bc} > 5.274$  GeV/ $c^2$ .

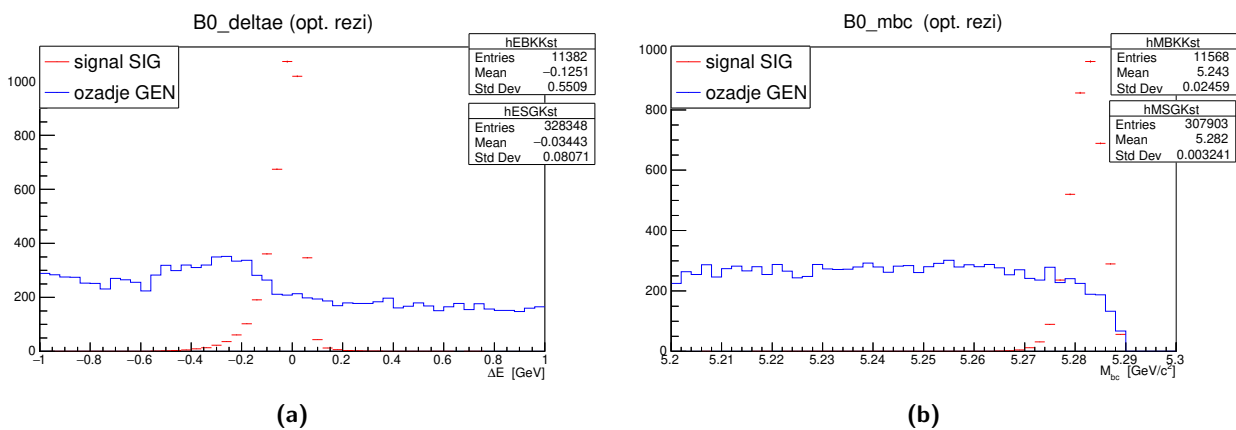
Tudi v tem razpadnem načinu je k večji vrednosti FOM vedno največ prispeval rez po spremenljivkah tipa `BDTConSup`. . . Kot najboljši sta se izkazali kombinacija s spremenljivko `BDTConSup` in kombinacija s spremenljivko `BDTConSupC`. Ker optimizirani rez po spremenljivki `BDTConSup`, podobno kot v primeru  $\rho^0$  optimizacije, odreže skoraj vse dogodke z vrednostjo  $\Delta E < -0.5$  GeV ter nesorazmerno več dogodkov z manjšimi vrednostmi  $M_{bc}$ , smo tudi tu v nadaljevanju raje uporabili spremenljivko `BDTConSupC`. Po učinkovitosti izločanja ozadja je sledil rez po spremenljivki `pi0vetoBDT` in ponovno je najmanj prispeval rez po spremenljivki `BDTd11`. Enako kot v primeru razpadnega načina  $\rho^0$  smo za vsako od obeh porazdelitev optimizirali še rez po spremenljivki  $\Delta E$  oz.  $M_{bc}$ . Vrednosti optimalnih rezov so zbrane v tabeli 6.2.

Dogodkov signala, ki preživijo optimizacijo v tem razpadnem načinu, je v generičnem združenem MC vzorcu okrog 4000, kar pri uporabljeni luminoznosti že zagotovi spodobno statistiko. Pri dogodkih ozadja na histogramu 6.20(a) je levo od signala opaziti širši vrh, ki mu glede na primerjavo s histogramom na sliki 6.2 ne znam pripisati vzroka, a ker je vrh dovolj oddaljen od porazdelitve signala, ni pričakovati, da bo pri določanju signalnega donosa moteč.

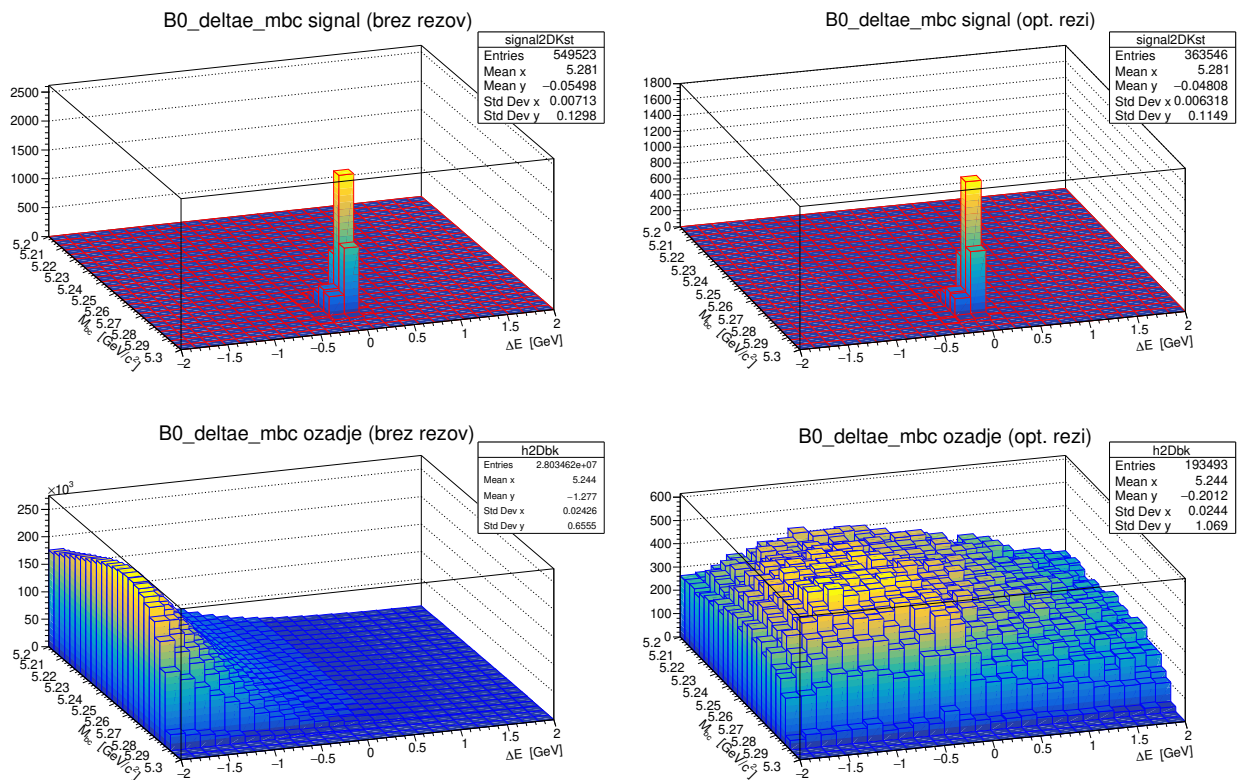
Na sliki 6.21 so ločeno za dogodke pred optimizacijskimi rezi in po njih izrisani še dvodimenzionalni histogrami porazdelitev dogodkov glede na spremenljivki  $M_{bc}$  in  $\Delta E$ . Situacija je podobna rezultatom razpadnega načina  $\rho^0$ , le da v tem primeru očitno ohranimo več signalnih dogodkov. Na razpadnem načinu  $K^{*0}$  zaradi dobre statistike pričakujemo lažje določanje signalnega donosa.

**Tabela 6.2.:** Tabela optimalnih rezov razpadnega načina  $K^{*0}$  določenih iz maksimumov krivulj FOM. Rezi so optimizirani v signalnih oknih posamezne porazdelitve, in sicer v  $\Delta E \in [-0.275, 0.12]$  GeV ter v  $M_{bc} > 5.27$  GeV/ $c^2$ . Krivulja FOM je računana z uporabo skaliranih dogodkov signala iz signalnega MC vzorca in dogodkov ozadja iz generičnega združenega MC vzorca z luminoznostjo  $375 \text{ fb}^{-1}$ .

okno	spremenljivka	rez	FOM <sub>max</sub>
	$M_{bc}$	$\in [5.2764, 5.2898]$ GeV/ $c^2$	
$\Delta E$	BDTConSupC	$> 0.608$	48.6
	pi0vetoBDT	$< 0.393$	
	BDTd11	$> -0.418$	
	$\Delta E$	$\in [-0.147, 0.071]$ GeV	
$M_{bc}$	BDTConSupC	$> 0.61$	49.3
	pi0vetoBDT	$< 0.39$	
	BDTd11	$> -0.48$	



**Slika 6.20.:** Histograma porazdelitve dogodkov signala (rdeča) in ozadja (modra) po spremenljivkah  $\Delta E$  (a) in  $M_{bc}$  (b) prikazujeta stanje po izvedbi optimalnih rezov najboljše kombinacije s spremenljivko BDTConSupC. Izrisani signalni deli dogodkov iz združenega signalnega vzorca je obtežen s faktorjem  $E_{ff} = 1.22 \cdot 10^{-2}$ . Signala proti ozadju je v tem razpadnem načinu mnogo več kot v primeru razpadnega načina  $\rho^0$ , zato večjih težav pri določanju signalnega donosa ni pričakovati.



**Slika 6.21.:** Dvodimenzionalni histogrami porazdelitve dogodkov po spremenljivkah  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  iz rekonstrukcije razpadnega načina  $K^{*0}$ . Leva histograma prikazujeta stanje brez vsakršnih rezov in desna stanje po izvedbi optimalnih rezov najboljše kombinacije s spremenljivkami BDTConSupC, pi0vetoBDT in BDTd11 iz optimizacije v oknu  $M_{bc}$ . Izrisani signalni del dogodkov iz združenega signalnega vzorca je obtežen s faktorjem  $E_{ff} = 1.22 \cdot 10^{-2}$ .



## 7. Določanje signalnega donosa

Z optimalnimi rezi uspemo odstraniti večino dogodkov ozadja. Porazdelitvi v prostoru  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  razpadnega načina  $K^{*0}$  že kažeta očitne karakteristike iskanih signalnih dogodkov, ki pa so pri razpadnem načinu  $\rho^0$  precej manj izrazite. Sedaj sledi določitev števila dogodkov signala v vzorcu s pomočjo prilagajanja vsote eno-dimenzionalnih matematičnih modelov porazdelitev signalnih dogodkov ( $F^{sg}$ ) in dogodkov ozadja ( $F^{oz}$ ) k porazdelitvam po spremenljivkah  $M_{bc}$  in  $\Delta E$ . Vsoto sestavimo kot

$$F(x) = N_{sg} \cdot F^{sg}(x) + N_{oz} \cdot F^{oz}(x) , \quad (7.1)$$

kjer sta  $N_{sg}$  in  $N_{oz}$  število signalnih dogodkov in število dogodkov ozadja v vzorcu. Preden lahko s pomočjo (7.1) določimo signalni donos, je potrebno modela  $F^{sg}$  in  $F^{oz}$  pripraviti ločeno z uporabo neodvisnih vzorcev simuliranih podatkov; kot je opisano v nadaljevanju. Pri končnem prilagajanju (7.1) na porazdelitvah dogodkov iz slik 6.17 in 6.20 imata  $F^{sg}$  in  $F^{oz}$  tako vnaprej določeno obliko, edina prosta parametra pa sta  $N_{sg}$  in  $N_{oz}$ .

### 7.1. Izbira modelskih funkcij in določanje njihovih oblikovnih parametrov

Da lahko na dogodkih iz neodvisnih MC vzorcev v  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  prostoru ločeno modeliramo porazdelitvi signala  $F^{sg}$  in ozadja  $F^{oz}$ , je na podatkih potrebno najprej narediti rekonstrukcijo z enako predselekcijo in aplicirati iste optimizirane reze za  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  porazdelitvi, kot smo to storili pri vzorcu v prejšnjem poglavju; porazdelitve se tako razlikujejo le v okviru statističnih fluktuacij. Ko nato dogodke ločimo na signal in ozadje, poiščemo še matematične funkcije, ki te porazdelitve čim bolje opišejo. Pri tem lahko uporabimo kombinacije več različnih funkcij. Pogosto so pri modeliranju uporabljene Gaussova funkcija in razni polinomi, a so v fiziki osnovnih delcev na voljo tudi bolj specializirane funkcije, kot sta npr. Crystall Ball<sup>1</sup> in ARGUS<sup>2</sup>, ki so bile razvite posebej za opis tipičnih oblik porazdelitev signalov in ozadij iz meritev v trkalnikih. S prilagajanjem izbranih modelskih funkcij k posameznim porazdelitvam želimo pridobiti oblikovne parametre modelov signala in ozadja.

#### 7.1.1. Prilagoditvene funkcije za signal in ozadje

Spodaj so predstavljene funkcije uporabljene pri matematičnem opisu porazdelitve signala  $F^{sg}$  in ozadja  $F^{oz}$ .

##### Signal

Signalni del porazdelitve dogodkov v prostoru  $M_{bc}$  in  $\Delta E$  modeliramo s porazdelitveno funkcijo

$$F^{sg}(x) = \mathcal{F}_{CB}^{sg}(x) ; \quad (7.2)$$

<sup>1</sup>Poimenovana je po Crystal Ball kolaboraciji z istoimenskim detektorjem nevtralnih delcev. Ta je bil v začetku leta 1979 postavljen ob pospeševalniku SPEAR, ki je takrat deloval v centru SLAC (krajše za ang. Stanford Linear Accelerator Center) v Kaliforniji.

<sup>2</sup>Poimenovana po detektorju ARGUS, katerega ime sestavljajo kratice iz poimenovanja mednarodne kolaboracije v ang. jeziku "A Russian-German-United States-Swedish Collaboration", v okviru katere je deloval.

tu  $x$  označuje  $M_{bc}$  oz.  $\Delta E$ . Uporabljena je zvezna funkcija Crystal Ball, ki je podobna Gaussovi funkciji, a omogoča opis asimetrične porazdelitve s podaljšanim repom v negativni smeri. Definirana je kot

$$\mathcal{F}_{CB}^{sg}(x) = \frac{1}{\sigma_{CB} \cdot N} \cdot \begin{cases} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-x_0^{CB}}{\sigma_{CB}} \right)^2 \right] & ; \frac{x-x_0^{CB}}{\sigma_{CB}} > -\alpha \\ \left[ \frac{n}{|\alpha|} \right]^n \exp \left[ -\frac{|\alpha|^2}{2} \right] \left[ \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha| - \frac{x-x_0^{CB}}{\sigma_{CB}} \right]^{-n} & ; \frac{x-x_0^{CB}}{\sigma_{CB}} \leq -\alpha \end{cases}, \quad (7.3)$$

z normalizacijskim faktorjem

$$N = \frac{n}{|\alpha|} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \exp \left[ -\frac{|\alpha|^2}{2} \right] + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) \right) \quad (7.4)$$

kjer sta  $\sigma_{CB}$  in  $x_0^{CB}$  prosta parametra osrednje Gaussove funkcije, medtem ko parametra  $\alpha$  in  $n$  modelirata rep razpotegnjen k manjšim vrednostim.

## Ozadje

Porazdelitve dogodkov ozadja modeliramo z vsoto različnih modelskih funkcij

$$F^{oz}(x) = \sum \mathcal{F}_{model}^{oz}(x). \quad (7.5)$$

Za porazdelitev ozadja po spremenljivki  $M_{bc}$  uporabimo funkcijo ARGUS definirano kot

$$\mathcal{F}_{ARGUS}^{oz}(M_{bc}) = M_{bc} \sqrt{1 - \left( \frac{M_{bc}}{M_{bc}^{max}} \right)^2} \cdot \exp \left[ p \left( 1 - \left( \frac{M_{bc}}{M_{bc}^{max}} \right)^2 \right) \right] \quad (7.6)$$

s prostima parametroma  $M_{bc}^{max}$  on  $p$ . Prvi predstavlja točko pri najvišji vrednosti  $M_{bc}$  in drugi ukrivljenost repa proti nižjim vrednostim.

V primeru razpadnega načina  $K^{*0}$  je bila k funkciji ARGUS prišteta še Gaussova funkcija

$$\mathcal{F}_{Gauss}^{oz}(M_{bc}) = C \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{M_{bc} - M_{bc0}}{\sigma_{M_{bc}}} \right)^2 \right] \quad (7.7)$$

s prostima oblikovnima parametroma  $\sigma_{M_{bc}}$  in  $M_{bc0}$  ter prostim parametrom  $C$ , ki določa delež te porazdelitve k celotnemu ozadju.

Za namen modeliranja ozadja, ki v razpadnem načinu  $\rho^0$  prihaja iz razpadov  $K^{*0}$  in kaže značilen rep razpotegnjen proti nižjim vrednostim, namesto Gaussove funkcije uporabimo enako funkcijo kot za signal (Crystal Ball) in jo označimo kot  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}$ . Njen delež k celotnemu ozadju pa določimo s fiksnim parametrom določenim s pomočjo MC resnice.

Pri opisu porazdelitve ozadja po spremenljivki  $\Delta E \in [-\Delta E_{max}, \Delta E_{max}]$  uporabimo polinom Čebišova prvega reda, računana na intervalu  $\frac{\Delta E}{\Delta E_{max}} \in [-1, 1]$  in definiran kot

$$\mathcal{F}_{CH}^{oz}(\Delta E) = N \cdot \left[ 1 + a_0 \left( \frac{\Delta E}{\Delta E_{max}} \right)^2 + a_1 \left( 2 \left( \frac{\Delta E}{\Delta E_{max}} \right)^2 \right) \right] \quad (7.8)$$

s prostima parametroma  $a_1$  in  $a_2$  ter normalizacijskima faktorjema  $\Delta E_{max}$  in  $N$ . K polinomu prištejemo še Gaussovo funkcijo. Pri modeliranju ozadja  $K^{*0}$  v signalnem razpadnem načinu  $\rho^0$  pa ponovno uporabimo še funkcijo Crystal Ball s fiksnim parametrom.

### Statistično preverjanje ustreznosti prilagoditvene funkcije

Ustreznost modelske funkcije  $F$  lahko preverjamo z uporabo testa  $\chi^2$ . Modelske parametre uporabljenih funkcij  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_k)$  določimo tako, da je reduciran funkcional

$$\chi^2 = \frac{1}{n - k - 1} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{F_i - F(x_i, \mathbf{p})}{\sigma_i} \right]^2 \quad (7.9)$$

minimalen. Tu so z  $F_i$  označeni izmerki v točkah  $x_i$  podani z negotovostjo  $\sigma_i$ , za  $i = 1, \dots, n$  izmerkov in  $k$  prostih parametrov. V idealnem primeru, ko z modelom najbolje opišemo dovolj veliko število 'n' izmerkov v okviru njihovih negotovosti, pričakujemo vrednost  $\chi^2 \approx 1$ . Za dobljene vrednosti testa  $\chi^2 \gg 1$  lahko sklepamo, da izbrani model s tako določenimi parametri slabo opiše izmerke. Za vrednosti testa  $\chi^2 \ll 1$  je model zelo verjetno pre-prilagojen, kar pomeni, da se podatkom dobro prilagaja, a so  $\sigma_i$  precenjene.

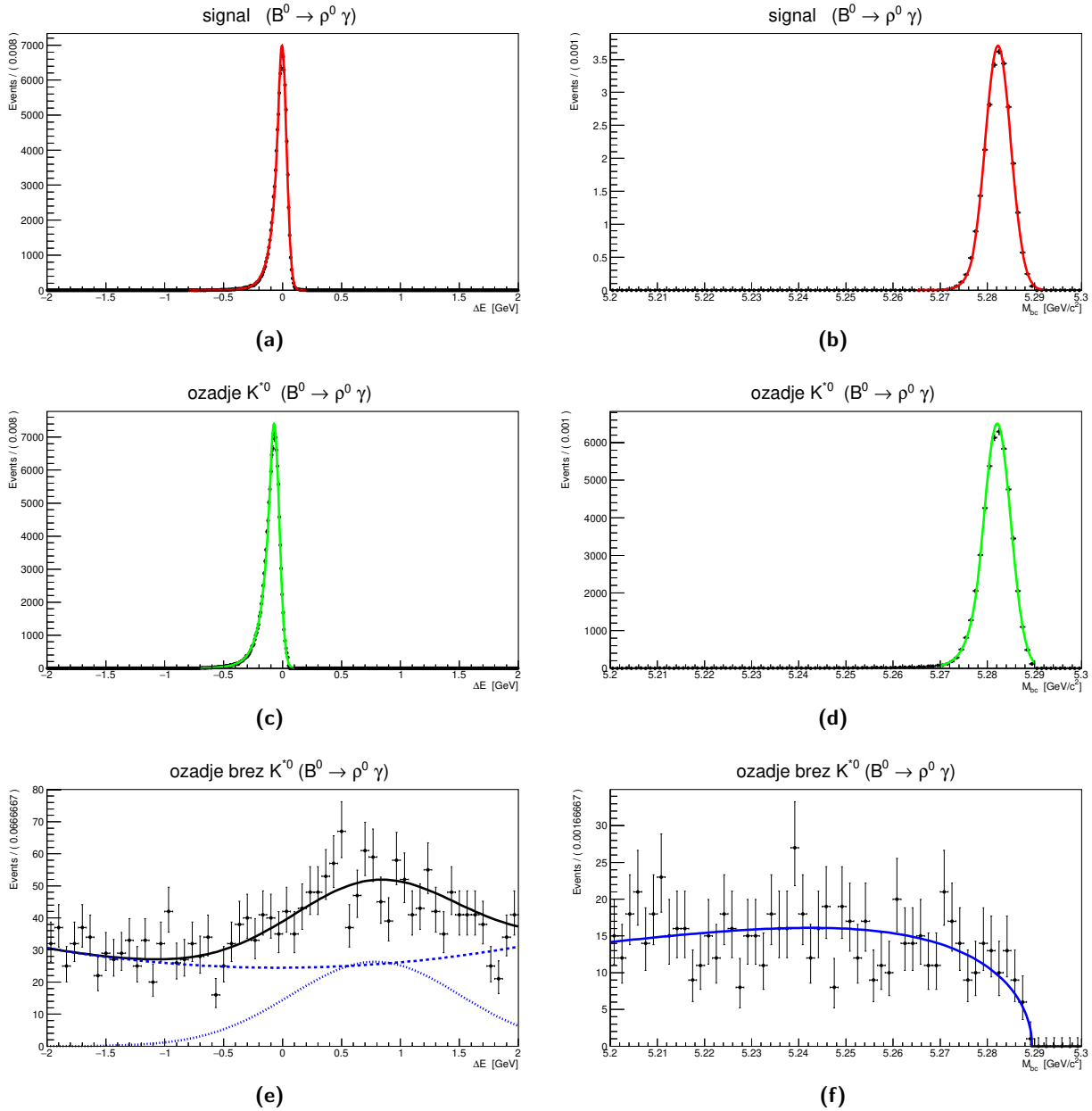
## 7.2. Določanje oblikovnih parametrov modelskih funkcij

Najprej je bil izdelan model za signal razpadnega načina  $\rho^0$ . Za določitev oblikovnih parametrov modela porazdelitve signalnih dogodkov so bili uporabljeni podatki iz signalnega  $\rho^0$  MC vzorca. Nad rekonstruiranimi dogodki smo izvedli optimalne reze in jih izrisali v histogramih s stolpci enakih širin porazdeljenimi na intervalih  $\Delta E \in [-2, 2]$  GeV oz.  $M_{bc} \in [5.2, 5.3]$  GeV/c<sup>2</sup>. Na te podatke smo nato prilagajali modelsko funkcijo Crystal Ball, kot kažeta sliki 7.1(a) in (b). Vrednosti pridobljenih oblikovnih parametrov za  $\mathcal{F}_{CB}^{sg}(\Delta E)$  in  $\mathcal{F}_{CB}^{sg}(M_{bc})$  so navedene v tabeli 7.1.

Določitev modelov za končne porazdelitve podatkov ozadja razpadnega načina  $\rho^0$  se je izkazala za bolj kompleksno. Predvsem zaradi prisotnega ostanka vrha dogodkov ozadja iz razpada  $B^0 \rightarrow K^{*0}\gamma$ , ki se prekriva z vrhom signalnih dogodkov; saj se ga kljub optimizaciji rezov ni bilo mogoče docela znebiti. Delež teh dogodkov ozadja sicer ni velik, vendar je dogodkov vseeno relativno dovolj, da predstavljajo težavo pri končnem določanju signalnega donosa. Njihovo število v generičnem vzorcu je namreč primerljivo s številom dogodkov signala. To ozadje smo za porazdelitvi po obeh spremenljivkah modelirali s funkcijo  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}$ . Da bi imeli večjo statistiko, smo obliki porazdelitev prispevka ozadja  $K^{*0}$  določili kar na podatkih iz signalnega  $K^{*0}$  vzorca, ki smo jih rekonstruirali in optimizirali po kriterijih  $\rho^0$  rekonstrukcije. Rezultata prilagajanja za posamezni projekciji  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}(\Delta E)$  in  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}(M_{bc})$  sta prikazana na sliki 7.1(c) in (d) vrneta vrednosti oblikovnih parametrov, ki so zbrane v tabeli 7.1.

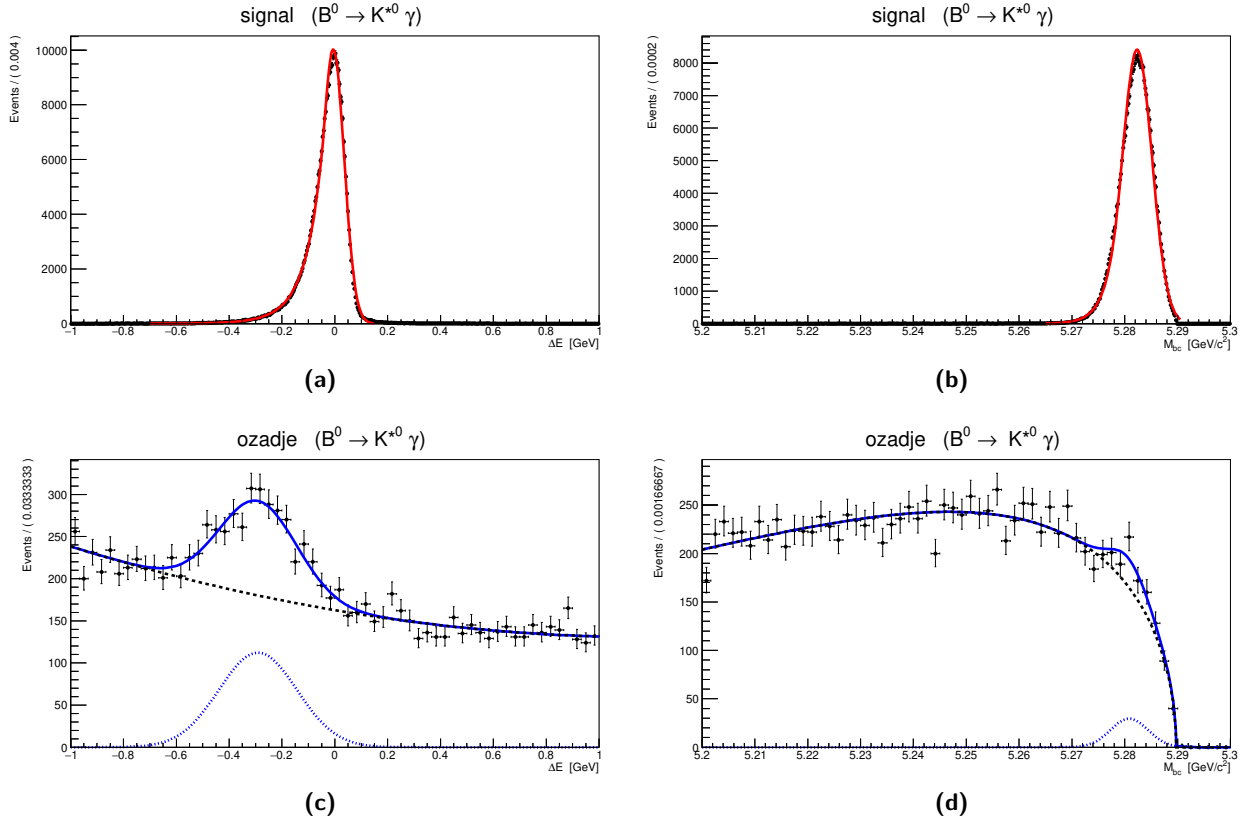
Modela za opis bolj uniformno porazdeljenega ozadja dogodkov kontinuuma in večine razpadov mezonov  $B$  smo sestavili in označili kot  $F_{noK^{*0}}^{oz}(\Delta E) = \mathcal{F}_{CH}^{oz}(\Delta E) + \mathcal{F}_{Gauss}^{oz}(\Delta E)$  in  $F_{noK^{*0}}^{oz}(M_{bc}) = \mathcal{F}_{ARGUS}^{oz}(M_{bc})$ . Pri določitvi oblikovnih parametrov so bili uporabljeni podatki neodvisnega združenega generičnega MC vzorca velikosti 375 fb<sup>-1</sup>, pri katerih smo s pomočjo MC resnice odstranili že upoštevane dogodke ozadja  $K^{*0}$ . Preostale dogodke ozadja, ki preživijo optimizacijske reze, smo zaradi majhne statistike porazdelili v širše stolpce na intervalih  $\Delta E \in [-2, 2]$  GeV oz.  $M_{bc} \in [5.2, 5.3]$  GeV/c<sup>2</sup>. Oblikovne parametre modelov  $F_{noK^{*0}}^{oz}$  smo nato določili s prilagajanjem, kot je prikazano na slikah 7.1(e) in (f). Njihove vrednosti so zbrane v tabeli 7.1.

Pri razpadnem načinu  $K^{*0}$  so bili za določitev oblikovnih parametrov modela porazdelitve signalnih dogodkov uporabljeni podatki iz signalnega  $K^{*0}$  MC vzorca. Nad dogodki smo izvedli optimalne reze in jih izrisali v histogramih na intervalih  $\Delta E \in [-1, 1]$  GeV oz.  $M_{bc} \in [5.2, 5.3]$  GeV/c<sup>2</sup>. Na te podatke smo nato prilagajali modelsko funkcijo Crystal Ball, kot je prikazano na slikah 7.2(a) in (b). Model ozadja za dogodke iz neodvisnega združenega generičnega MC vzorca luminoznosti 375 fb<sup>-1</sup> porazdeljene po  $\Delta E$  je sestavljen in označen kot  $F^{oz}(\Delta E) = \mathcal{F}_{CH}^{oz}(\Delta E) + \mathcal{F}_{Gauss}^{oz}(\Delta E)$ , model ozadja v  $M_{bc}$  pa kot  $F^{oz}(M_{bc}) = \mathcal{F}_{ARGUS}^{oz}(M_{bc}) + \mathcal{F}_{Gauss}^{oz}(M_{bc})$ . Rezultata prilagajanja sta prikazana na slikah 7.2(c) in (d). Tako pridobljene vrednosti oblikovnih parametrov modelov so zbrane v tabeli 7.2.



**Slika 7.1.:** Optimizirani histogrami  $\Delta E$  (levo) in  $M_{bc}$  (desno) s prilagojenimi modelskimi funkcijami. Izrisani so ločeno za signal (a)  $\mathcal{F}_{CB}^{sg}(\Delta E)$  in (b)  $\mathcal{F}_{CB}^{sg}(M_{bc})$  iz signalnega  $\rho^0$  vzorca, ozadje  $K^{*0}$  (c)  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}(\Delta E)$  in (d)  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}(M_{bc})$  iz signalnega  $K^{*0}$  vzorca in preostalo ozadje (e)  $F_{noK^{*0}}^{oz}(\Delta E)$  in (f)  $F_{noK^{*0}}^{oz}(M_{bc})$  iz združenega generičnega MC vzorca z odstranjenimi dogodki ozadja  $K^{*0}$ . Porazdelitve za signal in  $K^{*0}$  iz signalnih vzorcev so izrisane v 500 stolpcih in porazdelitvi iz generičnih vzorcev v 60 stolpcih. Izkaže se, da je ozadje porazdeljeno glede na vrednost  $\Delta E$  moč opisati z modelom (polna črna črta), ki ga sestavljajo polinomi Čebiševa (modra črtkana črta) in Gaussova funkcija (modra pikčasta črta); k temu bomo pri določanju signalnega donosa prišteli funkcijo Crystal Ball (zeleno polna črta), ki opisuje ozadje  $K^{*0}$ . Ozadje porazdeljeno glede na vrednost  $M_{bc}$  je moč opisati z modelom, ki ga sestavlja funkcija ARGUS (polna modra črta) in mu bomo ravno tako prišteli funkcijo Crystal Ball (zeleno polna črta), ki opisuje ozadje  $K^{*0}$ . Pri porazdelitvah za dogodke iz signalnih vzorcev so negotovosti zaradi velike statistike precej majhne, zato lahko sklepamo, da so v primerjavi z realnim vzorcem, ki vsebuje precej manj tovrstnih razpadov, premajhne. Pri določanju oblikovnih parametrov modela ozadja je statistika skromnejša, zato so pričakovane tudi relativno večje negotovosti. Vrednosti reduciranih testov znašajo  $\chi_{(a)}^2 = 5.81094$ ,  $\chi_{(b)}^2 = 18.9528$ ,  $\chi_{(c)}^2 = 4.41522$ ,  $\chi_{(d)}^2 = 9.81167$ ,  $\chi_{(e)}^2 = 0.795627$ ,  $\chi_{(f)}^2 = 0.837799$ .





**Slika 7.2.:** Optimizirani histogrami  $\Delta E$  (levo) in  $M_{bc}$  (desno) s prilagojenimi modelskimi funkcijami. Izrisani so ločeno za signal (a)  $\mathcal{F}_{CB}^{sg}(\Delta E)$  in (b)  $\mathcal{F}_{CB}^{sg}(M_{bc})$  iz signalnega  $K^{*0}$  vzorca in ozadje (c)  $F^{oz}(\Delta E)$  in (d)  $F^{oz}(M_{bc})$  združenega generičnega vzorca velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$ . Porazdelitve za signal signalnih vzorcev so izrisane v 500 stolpcih in porazdelitvi ozadja iz generičnih vzorcev v 60 stolpcih. Pri zgornjih porazdelitvah za signalne dogodke so negotovosti zaradi velike statistike majhne. Pri ozadju je statistika boljša kot pri razpadnem načinu  $\rho^0$ , zato so tudi tu negotovosti relativno manjše. Ozadje porazdeljeno glede na vrednost  $\Delta E$  je moč opisati z modelom (modra polna črta), ki ga sestavljajo polinomi Čebiševa (črna črtkana črta) na katerega je naložena Gaussova funkcija (modra pikčasta črta). Ozadje porazdeljeno glede na vrednost  $M_{bc}$  je moč opisati z modelom (modra polna črta), ki ga sestavljajo funkcija ARGUS (črna črtkana črta) in Gaussova funkcija (modra pikčasta črta). Vrednosti reduciranih testov znašajo  $\chi_{(a)}^2 = 9.36634$ ,  $\chi_{(b)}^2 = 10.9492$ ,  $\chi_{(c)}^2 = 0.814206$ ,  $\chi_{(d)}^2 = 0.823877$ .

**Tabela 7.1.:** Nominalne vrednosti oblikovnih parametrov modelskih funkcij ARGUS, Gauss, polinom Čebišova in Crystal Ball uporabljenih pri prilagajanju k porazdelitvam dogodkov razpadnega načina  $\rho^0$ . Podane so tudi negotovosti tako določenih parametrov.

$B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$								
ozadje				signal				
$\mathcal{F}_{model}^{oz}$	parameter	vrednost	$\pm\sigma_{par}$	$\mathcal{F}_{model}^{sg}$	parameter	vrednost	$\pm\sigma_{par}$	
$M_{bc}$	$\mathcal{F}_{ARGUS}^{oz}$	$M_{bc}^{max}$	5.2895	$\pm 4 \cdot 10^{-4}$	$\mathcal{F}_{CB}^{sg}$	$\alpha$	1.8	$\pm 1.2$
		$p$	-28	$\pm 4$		$n$	99	$\pm 51$
		$\alpha$	1.30	$\pm 2 \cdot 10^{-2}$		$\sigma_{CB}$	$2.7 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.4 \cdot 10^{-3}$
	$\mathcal{F}_{CB}^{oz}$	$n$	130	$\pm 80$		$M_{bc0}^{CB}$	5.2823	$\pm 6 \cdot 10^{-4}$
		$\sigma_{CB}$	$2.87 \cdot 10^{-3}$	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$				
		$M_{bc0}^{CB}$	5.28209	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$				
$\Delta E$	$\mathcal{F}_{CH}^{oz}$	$a_0$	$8 \cdot 10^{-3}$	$\pm 2 \cdot 10^{-1}$	$\mathcal{F}_{CB}^{sg}$	$\alpha$	$7.2 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.1 \cdot 10^{-1}$
		$a_1$	$1.1 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.9 \cdot 10^{-1}$		$n$	12.9	$\pm 0.8$
		$C$	0.3	$\pm 0.1$		$\sigma_{CB}$	$3.83 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0.02 \cdot 10^{-2}$
	$\mathcal{F}_{Gauss}^{oz}$	$\sigma_{\Delta E_1}$	$7.2 \cdot 10^{-1}$	$\pm 1.8 \cdot 10^{-1}$		$\Delta E_0^{CB}$	$-5.3 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.3 \cdot 10^{-3}$
		$\Delta E_{01}$	$7.9 \cdot 10^{-1}$	$\pm 1.6 \cdot 10^{-1}$				
		$\alpha$	$6.73 \cdot 10^{-1}$	$\pm 7 \cdot 10^{-3}$				
	$\mathcal{F}_{CB}^{oz}$	$n$	11.9	$\pm 0.6$				
		$\sigma_{CB}$	$44.2 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.2 \cdot 10^{-3}$				
		$\Delta E_0^{CB}$	$-7.25 \cdot 10^{-2}$	$\pm 3 \cdot 10^{-4}$				

**Tabela 7.2.:** Nominalne vrednosti oblikovnih parametrov modelskih funkcij ARGUS, Gauss, polinom Čebišova in Crystal Ball uporabljenih pri prilagajanju k porazdelitvam dogodkov razpadnega načina  $K^{*0}$ . Podane so tudi negotovosti oblikovnih parametrov.

$B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$								
ozadje				signal				
$\mathcal{F}_{model}^{oz}$	parameter	vrednost	$\pm\sigma_{par}$	$\mathcal{F}_{model}^{sg}$	parameter	vrednost	$\pm\sigma_{par}$	
$M_{bc}$	$\mathcal{F}_{ARGUS}^{oz}$	$M_{bc}^{max}$	5.2897	$\pm 1 \cdot 10^{-4}$	$\mathcal{F}_{CB}^{sg}$	$\alpha$	1.29	$\pm 7 \cdot 10^{-3}$
		$p$	-30	$\pm 1$		$n$	142.1	$\pm 0.2$
		$C$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0.5 \cdot 10^{-2}$		$\sigma_{CB}$	$2.822 \cdot 10^{-3}$	$\pm 6 \cdot 10^{-6}$
	$\mathcal{F}_{Gauss}^{oz}$	$\sigma_{M_{bc}}$	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.7 \cdot 10^{-3}$		$M_{bc0}^{CB}$	5.28234	$\pm 7 \cdot 10^{-6}$
		$M_{bc0}$	5.281	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$				
$\Delta E$	$\mathcal{F}_{CH}^{oz}$	$a_0$	$-3.1 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.2 \cdot 10^{-1}$	$\mathcal{F}_{CB}^{sg}$	$\alpha$	$6.71 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.06 \cdot 10^{-1}$
		$a_1$	$6 \cdot 10^{-2}$	$\pm 2 \cdot 10^{-2}$		$n$	14.7	$\pm 0.7$
		$C$	$1.1 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.1 \cdot 10^{-1}$		$\sigma_{CB}$	$4.13 \cdot 10^{-2}$	$\pm 1 \cdot 10^{-4}$
	$\mathcal{F}_{Gauss}^{oz}$	$\sigma_{\Delta E_{01}}$	$1.5 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.1 \cdot 10^{-1}$		$\Delta E_0^{CB}$	$-6.1 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.2 \cdot 10^{-2}$
		$\Delta E_{01}$	$-2.9 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.1 \cdot 10^{-1}$				

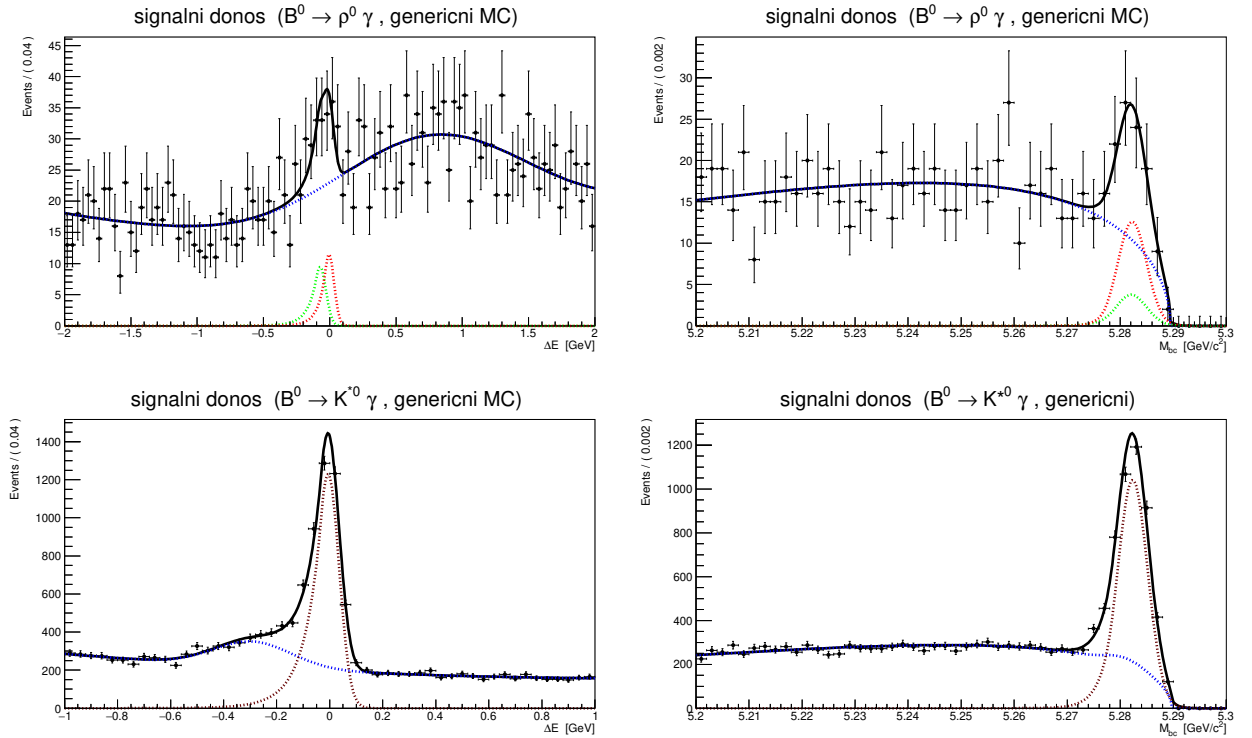
### 7.3. Določanje signalnega donosa

V tem podpoglavju modelski funkciji  $F(x)$  obeh razpadnih načinov s prostima parametroma  $N_{sg}$  in  $N_{oz}$  ter s fiksiranimi oblikovnimi parametri funkcij  $F^{sg}$  in  $F^{oz}$  prilagodimo k histogramom iz slike 6.17 in slike 6.20 ter tako pridobimo iskane vrednosti signalnih donosov  $N_{sg}$ .

Pri razpadnem načinu  $\rho^0$ , je pri modelu ozadja  $F^{oz}$  potrebno upoštevati prispevek ozadja  $N_{K^*0}$  od napačno rekonstruiranih mezonov  $K^*0$ , pri čemer velja

$$N_{oz} \cdot F^{oz} = N_{noK^*0} \cdot F_{noK^*0}^{oz} + N_{K^*0} \cdot \mathcal{F}_{CB}^{oz} . \quad (7.10)$$

Količina  $N_{K^*0}$  je fiksno določena iz MC resnice za število dogodkov ozadja iz signalnega  $K^*0$  vzorca (uporabljenega za določanje oblike  $\mathcal{F}_{CB}^{oz}$ ) skalirano na ustrezno luminoznost generičnega vzorca. Rezultata prilagajanja za sta prikazana na slikah 7.3(a) in (b). Določanje signalnega donosa po enačbi (7.1) za razpadni način  $K^*0$  je prikazano na slikah 7.3(c) in (d). Rezultati so za oba razpadna načina zbrani v tabeli 7.3, kjer je takoj za nominalno vrednostjo zapisana statistična negotovost. Ker v simuliranem vzorcu podatkov poznamo pravo število signalnih dogodkov je v tabeli navedena tudi ta MC resnica. Na koncu tako preverimo, da se dobljeni rezultat v okviru negotovosti meritve sklada z njo.



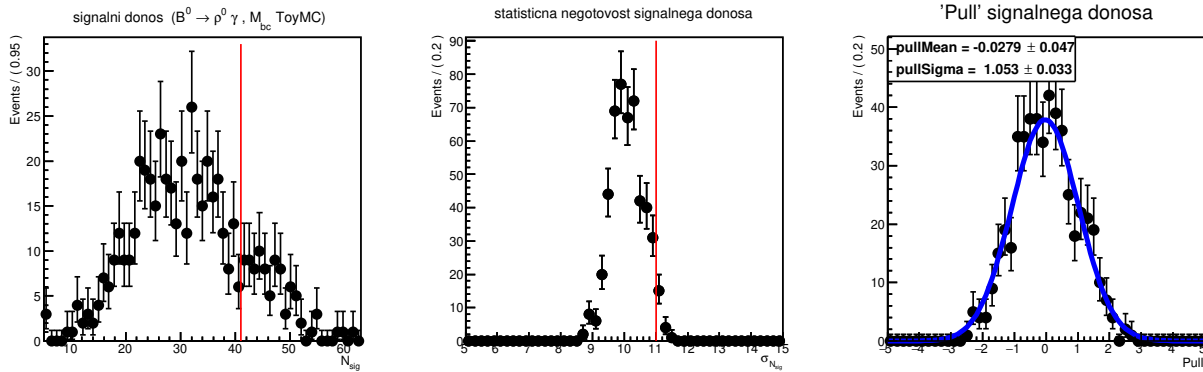
**Slika 7.3.:** Histogrami določanja signalnih donosov iz  $\Delta E$  (levo) in  $M_{bc}$  (desno) porazdelitev dogodkov iz generičnih združenih MC vzorcev za optimizirani rekonstrukciji razpadnega načina  $\rho^0$  (zgoraj) in razpadnega načina  $K^*0$  (spodaj). Podatki in prilagojen model  $F$  so izrisani v črni barvi. Ločeno so dorisane porazdelitve deležev dogodkov signala (rdeče) in ozadja (modro). Na zgornjih histogramih je ločeno izrisan še model ozadja  $K^*0$  (zeleno). Dogodki so porazdeljeni v 50-ih stolpcih enakih širin, razen za primer  $\Delta E$  razpadnega načina  $\rho^0$ , kjer je stolpcev 100, kar omogoči večjo ločljivost porazdelitve v območju prekrivanja porazdelitev ozadja  $K^*0$  in signala  $\rho^0$ . Vrednosti reduciranih testov znašajo  $\chi^2_{(a)} = 0.73489$ ,  $\chi^2_{(b)} = 0.49351$ ,  $\chi^2_{(c)} = 0.86501$ ,  $\chi^2_{(d)} = 1.08423$ .

Preveriti je bilo potrebno še ustreznost uporabljenih modelov. Za ta namen smo izvedli študijo Toy Monte Carlo. Slednja za simulacijo naključnih dogodkov uporabi modele  $F(x)$  uporabljene pri določanju signalnih donosov. Pri tem dogodke po posameznem modelu porazdelitev  $F(x)$  simuliramo večkrat in nato k novo pridobljeni porazdelitvi vsakič prilagajamo taisti model za določitev signalnega

**Tabela 7.3.:** V tabeli so zbrane vrednosti signalnih donosov  $N_{sg}$  in donosov ozadja  $N_{oz}$  vključno z negotovostmi. Podana je statistična negotovost dobljena ob uporabi fiksnih nominalnih vrednosti oblikovnih parametrov modelskih funkcij. Vrednosti iz MC resnice so v primerjavi s signalnimi donosi znotraj statistične negotovosti.

spremenljivka	razpadni način	$N_{sg}$	$\pm\sigma_{N_{sg}}$	$N_{oz}$	$\pm\sigma_{N_{oz}}$
$\Delta E$	signalni donos $\rho^0$	34	$\pm 13$	2240	$\pm 49$
	MC resnica $\rho^0$	38	-	2269	-
	signalni donos $K^{*0}$	4007	$\pm 77$	11434	$\pm 116$
	MC resnica $K^{*0}$	4059	-	11382	-
$M_{bc}$	signalni donos $\rho^0$	42	$\pm 11$	684	$\pm 27$
	MC resnica $\rho^0$	31	-	710	-
	signalni donos $K^{*0}$	3816	$\pm 73$	11558	$\pm 114$
	MC resnica $K^{*0}$	3805	-	11568	-

donosa. Tako določene vrednosti signalnih donosov in njihove negotovosti razvrstimo v histograme ter si ogledamo vpliv statističnih fluktuacij vzorca za uporabljen model. S pomočjo simulacij Toy Monte Carlo smo ugotovili, da naši rezultati ležijo znotraj območij tako določenih donosov in njihovih statističnih negotovosti in na ta način potrdili ustreznost modelov. Primer rezultatov Toy Monte Carla za model  $F(M_{bc})$ , ki opisuje dogodke razpadnega načina  $\rho^0$  porazdeljene po spremenljivki  $M_{bc}$ , je prikazan na sliki 7.4.



**Slika 7.4.:** Histogrami z rezultati za 500 simuliranih Toy Monte Carlo primerov določanja signalnega donosa (levo), statistične negotovosti donosov (sredina) ter vrednosti Pull (desno), ki predstavlja razlike vrednosti donosov iz prilagajanja od prave vrednosti signalnih dogodkov (31) v enotah napake. Z rdečo barvo sta označeni vrednost signalnega donosa (41) in njena negotovost (11) pridobljena pri prilagajanju modela  $F(M_{bc})$  na dogodke združenega generičnega MC vzorca razpadnega načina  $\rho^0$  (glej tabelo 7.3).

Rezultati določanja signalnega donosa razpadnega načina  $K^{*0}$  so v primerjavi z rezultati razpadnega načina  $\rho^0$  boljši, kar je zaradi večje statistike in učinkovitejše optimizacije izbirnih kriterijev za izločanje ozadja pri razpadnem načinu  $K^{*0}$  pričakovano. Relativna statistična negotovost na razpadnem načinu  $\rho^0$  je nekoliko večja a vendar primerljiva s starejšimi študijami. Vrednost relativne statistične negotovosti se namreč giblje okrog 38% za določitev iz porazdelitev po  $\Delta E$  in 26% za določitev iz porazdelitev po  $M_{bc}$ , medtem ko v starejših študijah doseže vrednost 27% [17]. Sklepam, da je v končni porazdelitvi kljub dobri ohranitvi signala ostalo preveč ozadja, ki ovira boljše določitev signalnega donosa. Po drugi strani relativna statistična negotovost rezultata iz razpadnega načina  $K^{*0}$  znaša 1.9% in malenkost manjša glede na 2.4% doseženo v starejših študijah [18][19]; čeprav je treba tudi tu dopustiti možnost, da gre pri tako majhni razliki le za posledico statističnih fluktuacij vzorca.

Zaradi neizboljšanja rezultata razpadnega načina  $\rho^0$ , glede na rezultate iz starejših analiz podatkov eksperimenta Belle [17], smo vseeno poskušali tudi s prilagajanjem k porazdelitvi dogodkov v dvo-dimenzionalnem prostoru  $\Delta E:M_{bc}$  prikazane na sliki 6.18. Model za določanje signalnega donosa je bil izdelan iz produktov modelov ozadja in produktov modelov porazdelitve signala v  $M_{bc}$  in  $\Delta E$ . Pričakovati je bilo, da v dvo-dimenzionalnem prostoru vrhova signala in ozadja  $K^{*0}$  ležita bolj vsak k sebi in bo signalni donos tako mogoče natančneje določiti. Z izdelavo analize dvo-dimenzionalnega modela ob uporabi Toy Monte Carlo simulacije je bilo namreč pričakovati vsaj 25% relativno izboljšanje negotovosti rezultata, vendar se pri našem končnem poskusu zaradi uporabe preveč poenostavljenega dvo-dimenzionalnega modela to ni odrazilo.



## 8. Rezultati

### 8.1. Izračun razvejitenih razmerij

Iz signalnih donosov razvejitvena razmerja izračunamo po enačbah

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma) = \frac{N_{\rho^0}^{sg}}{2 \cdot (0.486 \cdot N_{B\bar{B}}) \cdot \epsilon_{\rho^0}} \quad (8.1)$$

in

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma) = \frac{N_{K^{*0}}^{sg}}{2 \cdot (0.486 \cdot N_{B\bar{B}}) \cdot \epsilon_{K^{*0}}} \quad (8.2)$$

kjer  $N^{sg}$  ustreza številu signalnih dogodkov posameznega razpadnega načina, kot smo ga določili v 7.3, in  $N_{B\bar{B}}$  predstavlja število vseh parov mezonov  $B$  v uporabljenem generičnem združenem MC vzorcu. Slednje število je potrebno še podvojiti, da dobimo število posameznih mezonov, od katerih je 48.6% nevtralnih [6]. S simbolom  $\epsilon$  označimo izkoristek pravilne rekonstrukcije signalnih razpadnih načinov mezonov  $B^0$ . Definiran je kot razmerje med številom vseh generiranih signalnih dogodkov MC simulacije  $N_{gen}^{sg}$  in številom pravilno rekonstruiranih signalnih dogodkov  $N_{rek}^{sg}$ , ki preostanejo po optimizaciji izbirnih kriterijev<sup>1</sup>

$$\epsilon = \frac{N_{rek}^{sg}}{N_{gen}^{sg}} \quad (8.3)$$

Obe vrednosti potrebni za določitev izkoristka  $\epsilon$  preberemo iz MC resnice signalnih MC vzorcev obeh razpadnih načinov, in sicer za stanje pred rekonstrukcijo in za stanje po rekonstrukciji ter aplikaciji optimalnih rezov. Od tu določeni izkoristki pravilne rekonstrukcije imajo tako vrednosti  $\epsilon_{\rho^0}^{\Delta E} = 11\%$ ,  $\epsilon_{\rho^0}^{M_{bc}} = 9\%$ ,  $\epsilon_{K^{*0}}^{\Delta E} = 24.2\%$  in  $\epsilon_{K^{*0}}^{M_{bc}} = 22.7\%$ . Sami izkoristki so v primerjavi z dosedanjimi študijami na podatkih iz vzorca detektorja Belle višji. Pri analizi razpadnega načina  $K^{*0}$  je bil na podatkih, ki zajemajo  $772 \cdot 10^6$  parov mezonov  $B$ , dosežen izkoristek  $\epsilon_{K^{*0}} = 15.6\%$  [18]. Izkoristek za razpadni način  $\rho^0$  iz študije z  $386 \cdot 10^6$  pari pa je znašal le  $\epsilon_{\rho^0} = 4.3\%$  [17].

Po izračunu izkoristkov, lahko iz vrednosti signalnih donosov določimo razvejitvena razmerja. Števila signalnih dogodkov posameznega razpadnega načina v enačbah (8.1) in (8.2) preberemo iz tabele 7.3. Iz teh podatkov izračunane vrednosti razvejitenih razmerji se nahajajo v tabeli 8.1. Vrednosti za oba razpadna načina se s svetovnim povprečjem ujemajo v okviru negotovosti.

<sup>1</sup>Z izbirnimi kriteriji za zavračanje ozadja vedno izločimo tudi del signalnih dogodkov, poleg tega rekonstrukcija sledi nabitih delcev in detekcija fotonov v detektorju nista 100% učinkoviti.

**Tabela 8.1.:** Vrednosti razvejitenih razmerij z statističnimi negotovostmi, ki izhajajo iz določitve signalnih donosov. Vrednosti za oba razpadna načina se s svetovnim povprečjem predstavljene v tabeli 2.4 ujemajo v okviru statistične negotovosti.

	$\Delta E$	$M_{bc}$
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma)$	$(7.7 \pm 2.9) \cdot 10^{-7}$	$(12 \pm 3) \cdot 10^{-7}$
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma)$	$(4.13 \pm 0.08) \cdot 10^{-5}$	$(4.19 \pm 0.08) \cdot 10^{-5}$

## 8.2. Izračun razmerja $|V_{td}/V_{ts}|$ in ocena negotovosti

Iz vrednosti razvejitenih razmerij obeh izbranih razpadnih načinov lahko končno izračunamo razmerje elementov matrike CKM. Pri tem uporabimo vrednosti iz tabele 8.1 in jih vstavimo v preoblikovano enačbo (2.11), od koder po izpostavitvi iskanega razmerja dobimo obliko

$$\left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right|^2 = \frac{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma)}{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma)} \cdot \frac{(M_B^2 - m_{K^{*0}}^2)^3}{(M_B^2 - m_{\rho^0}^2)^3} \cdot \frac{1}{S_{\rho^0} \zeta^2 [1 + \Delta R(\rho^0/K^{*0})]} . \quad (8.4)$$

Vrednosti preostalih konstant so:  $S_{\rho^0} = 1/2$ ,  $1/\zeta = 1.17 \pm 0.09$  [20],  $\Delta R(\rho^0/K^{*0}) = 0.04 \pm 0.14$  [21] Mase preberemo iz tabele 2.3, kjer imajo vrednosti  $M_B = 5279.64 \pm 0.13$  MeV,  $m_{\rho^0} = 775.26 \pm 0.25$  MeV in  $m_{K^{*0}} = 895.55 \pm 0.20$  MeV. Po vstavitvi teh podatkov in iz porazdelitve po  $\Delta E$  določenih vrednosti  $\mathcal{B}$ , dobimo rezultat za vrednost razmerja elementov CKM

$$\left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right| = 0.219 \pm 0.045 \quad (8.5)$$

in za iz porazdelitve po  $M_{bc}$  določenih  $\mathcal{B}$ , vrednost

$$\left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right| = 0.268 \pm 0.041 . \quad (8.6)$$

Oba končna rezultata imata podano združeno negotovost od konstant v enačbi (8.4) in statističnih negotovosti, ki izhajajo iz negotovosti določitve signalnih donosov. K slednji v večini prispeva predvsem slabo določena vrednost  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma)$ . Vrednosti razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  se v okviru statistične negotovosti ujemata svetovnim povprečjem predstavljenim v tabeli 2.5.

### 8.2.1. Statistična negotovost na večjem vzorcu

Statistično negotovost rezultatov lahko ekstrapoliramo na pričakovano velikost  $50 \text{ ab}^{-1}$  vzorca podatkov, ki bo v naslednjih letih zbran z detektorjem Belle II. V primerjavi s tukaj uporabljenim MC vzorcem bo z detektorjem Belle II zbranih 130-krat več razpadov mezonov  $B$ . Ker gre pri določitvi signalnega donosa za štetje neodvisnih naključnih dogodkov, je statistična negotovost približno sorazmerna s korenem števila signalnih dogodkov. To pomeni, da bo statistična negotovost signalnega donosa iz vzorca večjega za faktor  $c = 130$  narasla le za faktor  $\sqrt{c}$  kot  $c \cdot N_{sg} \pm \sqrt{c} \cdot \sigma_{N_{sg}}$ . Tako se bo relativna napaka izračuna  $\mathcal{B}$  zmanjšala v skladu z enačbo  $\sqrt{c} \cdot \sigma_{N_{sg}} / c \cdot N_{sg}$ . Odvisnost statistične negotovosti od faktorja  $c$  torej sledi funkciji

$$\sigma_{sg}(c) = \frac{1}{\sqrt{c}} \cdot \frac{\sigma_{N_{sg}}}{N_{sg}} ,$$

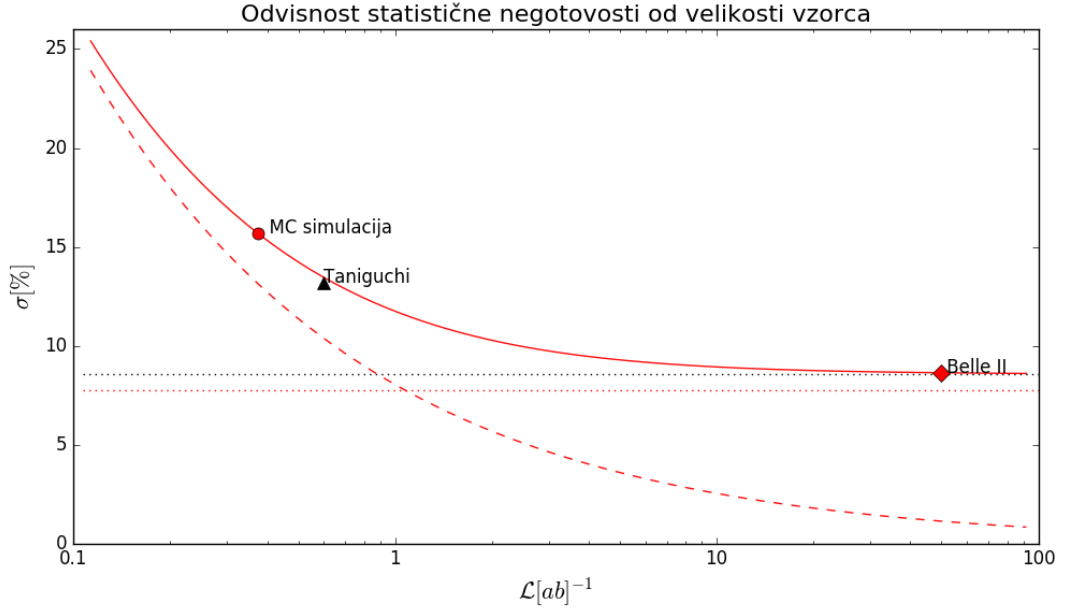
zato je po načrtovani pridobitvi podatkov detektorja Belle II pričakovati povečanje natančnosti za približno velikostni red.

Žal pa z večanjem vzorca ne bo mogoče vplivati na negotovost parametrov iz enačbe (8.4), ki so določeni teoretično ali iz drugih meritev. Tako je negotovost rezultatov omejena ravno z natančnostmi teh parametrov. Tudi ostale sistematske nezanesljivosti se v splošnem ne skalirajo z luminoznostjo. Ker pa je bil namen dela preverjanje uporabnosti metode, predvsem multivariatnega zavračanja ozadja, se sistematskim zanesljivostim nismo posvečali nadalje. Pričakujemo lahko, da se bo ob večjem vzorcu tudi sistematska negotovost zmanjšala, saj bo npr. že samo izboljšanje statistike omogočilo kvalitetnejšo analizo z natančnejšo določitvijo oblikovnih parametrov modelov ozadja za določanje signalnega donosa.

Grafični prikaz odvisnosti negotovosti rezultata od količine zbranih podatkov (integrirane luminoznosti) je prikazan na sliki 8.1. Za namen skaliranja negotovosti je bila sistematska negotovost konzervativno ocenjena glede na njeno vrednost v analizi izvedeni na podatkih detektorja Belle (njen



rezultat je predstavljen v tabeli 2.5). Seveda gre prikazu zaupati le za primer, v katerem bi se uporabljene simulacije skladale z realno sliko meritev. Žarkovno ozadje ima namreč velik vpliv na kvaliteto meritve in v tem trenutku je poznavanje ozadja pri načrtovani polni luminoznosti SuperKEKB precej omejeno. V kolikor slednje v obstoječi simulaciji ni dobro opisano, bo to vodilo k rezultatom z boljšo ali slabšo natančnostjo.



**Slika 8.1.:** Vrednost negotovosti določitve razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  v odvisnosti od integrirane luminoznosti  $\mathcal{L}$  zbranega vzorca parov mezonov  $B$ . S pikčasto rdečo črto je označen fiksni prispevek negotovosti, ki izhaja iz parametrov  $M_B$ ,  $m_{\rho^0}$ ,  $m_{K^*0}$  in  $1/\zeta$  (t.j. v primeru, da ne pride nobenih nadaljnjih izboljšav njihovih natančnosti). S pikčasto črno črto je označen fiksni prispevek ocenjene sistematične negotovosti. S črtkano rdečo črto je označen potek statistične negotovosti, ki izhaja le iz določitve razvejitvenih razmerij obeh obravnavanih razpadnih načinov. S polno rdečo črto je prikazan potek združenih vseh omenjenih negotovosti  $\sigma$ . Očitno je, da bo v prihodnosti izboljšava natančnosti rezultata omejena s fiksnimi negotovostmi teoretično določenih parametrov - to se bo zgodilo že pri velikosti zbranega vzorca  $1 \text{ ab}^{-1}$ . Tu podana grobo ocenjena sistematična negotovost pa bi glede na statistično negotovost postala problematična šele pri velikosti vzorca okrog  $50 \text{ ab}^{-1}$ .

Na sliki je poleg vrednosti negotovosti dobljene z uporabljenim MC vzorcem velikosti  $375 \text{ fb}^{-1}$  označena še pričakovana vrednost negotovosti  $\sigma$  skalirane za pričakovan vzorec pri Belle II. Za primerjavo je dodana še negotovost rezultata analize izvedene na podatkih detektorja Belle, katere rezultat je predstavljen v tabeli 2.5. Ta je bila izvedena na vzorcu, ki je zajemal  $657 \cdot 10^6$  parov mezonov  $B$  (Taniguchi [8]). Prav tako je glede na to analizo konzervativno ocenjena sistematična negotovost označena s črno pikčasto črto.



## 9. Zaključek

V magistrskem delu smo preučili simulacijo odziva detektorja Belle II na dve vrsti razpadov, ki teoretično gledano veliko obetata k natančni določitvi razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$ . Cilj je bil čim natančneje določiti vrednost  $|V_{td}/V_{ts}|$  iz razvejitenih razmerij razpadov nevtralnega razpadnega načina  $B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$  in  $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$  z visokoenergijskim fotonom.

Z uporabo podatkov MC simulacije odziva novega detektorja smo ekskluzivno rekonstruirali obe omenjeni razpadni verigi. Pri rekonstrukciji je bilo treba ohraniti čim več dogodkov signala in odstraniti več dogodkov ozadja. Med slednjimi so prevladovali: prispevek žarkovnega ozadja, prispevek ozadja kontinuuma in prispevek ozadja dogodkov obema analiziranima verigama sorodnih razpadov mezonov  $B$ . Za izločanje ozadja so bili pri analizi rekonstruiranih delcev uporabljeni pragovni rezi po vrednostih delcem lastnih fizikalnih količin. Na kompleksnejših spremenljivkah so bile aplicirane multivariatne metode strojnega učenja. Velik del nizkoenergijskega fonskega ozadja smo izločili s pragovnim rezom po energiji fotonov. Za izločitev ozadja visokoenergijskih fotonov, ki so v večini prihajali iz razpadov  $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$ , je bil uporabljen multivariatni pionski veto. Kontinuumskega ozadja smo se poskušali znebiti z uporabo spremenljivk oblike dogodka, ki smo jih z uporabo multivariatne metode strojnega učenja združili v enotni klasifikator. Pri ozadju iz razpadov podobnih iskanima razpadoma mezonov  $B^0$ , ki izhaja predvsem iz napačne identifikacije oziroma ločevanja med nabitimi delci  $K^\pm$  in  $\pi^\pm$ , smo se naslonili na informacijo iz sistema za identifikacijo delcev. Ta je posebej pomembna za izločanje ozadja iz razpadov in  $B^0 \rightarrow K^{*0} \gamma$  pri rekonstrukciji razpada  $B^0 \rightarrow \rho^0 \gamma$ .

Po končanem postopku izločanja ozadja smo preostale dogodke porazdelili v histograme glede na vrednosti količin  $\Delta E$  in  $M_{bc}$ . Porazdelitve smo nato parametrizirali s kombinacijami analitičnih funkcij in z njihovim prilagajanjem k izmerjenim porazdelitvam določili signalni donos iskanih razpadov mezonov  $B^0$  v obeh razpadnih načinih. Z uporabo MC resnice smo določili izkoristke rekonstrukcij in nato izračunali razvejitvena razmerja ter ocenili statistične negotovosti. Vrednosti izkoristkov so pri obeh razpadnih načinih boljše kot pri do sedaj izvedenih študijah na podatkih detektorja Belle. To se žal ni poznalo na vrednostih statističnih negotovosti, ki so v primerjavi s starimi študijami manjše le pri razpadnem načinu  $K^{*0}$ . Slednje je v veliki meri posledica potrebe po uporabi bolj izdelanih modelov porazdelitev za določanje signalnega donosa - v delu nismo uporabili dvodimenzionalnega prilagajanja, pri katerem bi bile statistične nezanesljivosti verjetno manjše.

Na koncu smo iz razvejitenih razmerij izračunali vrednost  $|V_{td}/V_{ts}|$ , ki se v okviru statistične negotovosti ujema s svetovnim povprečjem. Kljub temu, da je zaradi povečanja luminoznosti novega trkalnika količina žarkovnega ozadja pri Belle II mnogo večja kot pri Belle, je statistična negotovost primerljiva ali manjša kot pri starejših študijah analiziranih razpadov na meritvah eksperimenta Belle (pri enaki velikosti uporabljenega vzorca). Pri ekstrapolaciji statistične negotovosti na vzorec velikosti  $50 \text{ ab}^{-1}$  pa smo ugotovili, da se le-ta zmanjša za približno velikostni red. Vse to nakazuje, da bo Belle II z mnogo večjim vzorcem zbranih razpadov mezonov  $B$  res zmožen znatno izboljšati natančnost teh meritev. Sistematski negotovosti meritve se v tem delu nismo posvečali. Ob konzervativni oceni, da bo sistematska negotovost ostala enaka kot pri meritvah eksperimenta Belle, pokažemo, da bo celotna negotovost določitve razmerja  $|V_{td}/V_{ts}|$  na vzorcu z velikostjo  $50 \text{ ab}^{-1}$  v veliki meri omejena z negotovostjo teoretično določenih parametrov potrebnih za izračun  $|V_{td}/V_{ts}|$ . Za doseg občutljivost te meritve na procese NF bo tako nujno potrebno izboljšati tudi negotovosti teoretično določenih parametrov.

Končna vrednost rezultata v tem magistrskem delu tako ni bistvena, delo pa kaže, da je z uporabo metod strojnega učenja moč izboljšati razmerje signal/ozadje pri obeh obravnavanih radiativnih raz-

padih, navkljub mnogo višji prisotnosti žarkovnega ozadja zaradi povečanja luminoznosti trkalnika. Seveda pa je v metodi meritve, ki smo jo uporabili pri tem delu, še veliko prostora za nadaljnje izboljšave tako z vidika optimizacije multivariatnih algoritmov, kot tudi metode določitve signalnih donosov.

# Literatura

- [1] Science and Technology Facilities Council's web page. Spletna stran, [ogled Dec.10.2018].  
<https://stfc.ukri.org/stfc/cache/file/784A2CCC-39DC-4744-AA9FA9D92ABFFF8E.png>
- [2] Ed. A.J. Bevan, B. Golob, Th. Mannel, S. Prell, and B.D. Yabsley, "The Physics of the B Factories", EPJC, SLAC-PUB-15968, KEK Preprint (2014-3).  
<https://arxiv.org/abs/1406.6311>
- [3] N. Cabibbo, "Unitary Symmetry and Leptonic Decays". Phys. Rev. Lett. **10** (12), 531–533 (1963).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.10.531>
- [4] M. Kobayashi, T. Maskawa, "CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction". Progress of Theoretical Physics. **49** (2): 652–657 (1973).  
<https://doi.org/10.1143/PTP.49.652>
- [5] L. Wolfenstein, "Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix". Phys. Rev. Lett. **51** (21): 1945–1947 (1983).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.51.1945>
- [6] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018). Spletna stran, [ogled Dec.10.2018].  
[http://pdg.lbl.gov/2018/listings/contents\\_listings.html](http://pdg.lbl.gov/2018/listings/contents_listings.html)
- [7] CKMfitter Group (J. Charles et al.), Eur. Phys. J. C **41**, 1-131 (2005) [hep-ph/0406184]. Spletna stran, [ogled Apr.1.2020].  
<http://ckmfitter.in2p3.fr>
- [8] N. Taniguchi, "Measurement of Branching Fractions, Isospin, and CP-Violating Asymmetries for Exclusive  $b \rightarrow d\gamma$  Modes". Phys. Rev. Lett. **101**, 111801 (2008).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.129904>
- [9] B. Aubert, "Measurements of branching fractions for  $B^+ \rightarrow \rho^+\gamma$ ,  $B^0 \rightarrow \rho^0\gamma$  and  $B^0 \rightarrow \omega\gamma$ ". Phys. Rev. D **78**, 112001 (2008).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.112001>
- [10] Spletna stran eksperimenta, Super KEKB and Belle II, [ogled Dec.10.2018].  
<http://belle2.desy.de/e103206/>
- [11] K. Kinoshita, "Reflections on beauty". New Astronomy Reviews, **42**(3-4), 263–270 (1998).  
[https://doi.org/10.1016/S1387-6473\(98\)00011-6](https://doi.org/10.1016/S1387-6473(98)00011-6)
- [12] Belle II Collaboration, Z. Doležal and S. Uno, "Belle II Technical Design Report", KEK Report (2010-1).  
<https://arxiv.org/abs/1011.0352>
- [13] A. Abashian et al., "The Belle Detector". Nucl. Inst. Meth. A **479**, 117 (2002).  
[https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(01\)02013-7](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)02013-7)

- [14] Spletna stran nemškega raziskovalnega in izobraževalnega inštituta Karlsruhe Institute of Technology, [ogled Jul.10.2020].  
<https://www.etp.kit.edu/english/belle2.php>
- [15] Spletna stran oddelka Eksperimentalna fizika osnovnih delcev (F9), Inštitut Jožef Štefan, [ogled Jul.10.2020].  
<https://www-f9.ijs.si/wiki/Main/ARICHDescription>
- [16] D. Bard (for the Babar and Belle collaborations), “Radiative B Decays”, SLAC-PUB-14780, (2009).  
<https://arxiv.org/abs/0903.5443>
- [17] D. Mohapatra, “Observation of  $B \rightarrow d\gamma$  and Determination of  $|V_{td}/V_{ts}|$ ”. Phys. Rev. Lett. **96**, 221601 (2006).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.221601>
- [18] T. Horiguchi, “Evidence for Isospin Violation and Measurement of CP Asymmetries in  $B \rightarrow K^{(892)}\gamma$ ”. Phys. Rev. Lett. **119**, 191802 (2017).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.191802>
- [19] M. Nakao, “Measurement of the  $B \rightarrow K^*\gamma$  branching fractions and asymmetries”. Phys. Rev. D **69**, 112001 (2004).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.112001>
- [20] P. Ball and R. Zwicky, “ $|V_{td}/V_{ts}|$  from  $B \rightarrow V\gamma$ ”. JHEP 0604, 046 (2006).  
<https://arxiv.org/abs/hep-ph/0603232>
- [21] A. Ali, A. Parkhomenko, “Branching ratios for  $B \rightarrow K^*\gamma$  and  $B \rightarrow \rho\gamma$  decays in next-to-leading order in the Large Energy Effective Theory”. Eur. Phys. J. C **23**, 89–112 (2002).  
<https://arxiv.org/abs/hep-ph/0105302v6>

## A. Dodatek: Tabela mezonov

LIGHT UNFLAVORED ( $S = C = B = 0$ )		STRANGE ( $S = \pm 1, C = B = 0$ )			
$J^PC$	$J^PC$	$J^PC$	$J^P$		
• $\pi^\pm$	$1^-(0^-)$	• $\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$	• $K^\pm$	$1/2(0^-)$
• $\pi^0$	$1^-(0^-)$	• $\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$	• $K^0$	$1/2(0^-)$
• $\eta$	$0^+(0^-)$	• $\rho(1700)$	$1^+(1^-)$	• $K_S^0$	$1/2(0^-)$
• $f_0(500)$	$0^+(0^{++})$	• $a_2(1700)$	$1^-(2^{++})$	• $K_L^0$	$1/2(0^-)$
• $\rho(770)$	$1^+(1^-)$	• $f_0(1710)$	$0^+(0^{++})$	• $K_0^*(800)$	$1/2(0^+)$
• $\omega(782)$	$0^-(1^-)$	• $\eta(1760)$	$0^+(0^-)$	• $K^*(892)$	$1/2(1^-)$
• $\eta'(958)$	$0^+(0^-)$	• $\pi(1800)$	$1^-(0^-)$	• $K_1(1270)$	$1/2(1^+)$
• $f_0(980)$	$0^+(0^{++})$	• $f_2(1810)$	$0^+(2^{++})$	• $K_1(1400)$	$1/2(1^+)$
• $a_0(980)$	$1^-(0^{++})$	• $X(1835)$	$?^?(?^-)$	• $K^*(1410)$	$1/2(1^-)$
• $\phi(1020)$	$0^-(1^-)$	• $X(1840)$	$?^?(?^{??})$	• $K_0^*(1430)$	$1/2(0^+)$
• $h_1(1170)$	$0^-(1^+)$	• $\phi_3(1850)$	$0^-(3^{--})$	• $K_2^*(1430)$	$1/2(2^+)$
• $b_1(1235)$	$1^+(1^+)$	• $\eta_2(1870)$	$0^+(2^-)$	• $K(1460)$	$1/2(0^-)$
• $a_1(1260)$	$1^-(1^+)$	• $\pi_2(1880)$	$1^-(2^-)$	• $K_2(1580)$	$1/2(2^-)$
• $f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$	• $\rho(1900)$	$1^+(1^-)$	• $K(1630)$	$1/2(?^?)$
• $f_1(1285)$	$0^+(1^+)$	• $f_2(1910)$	$0^+(2^{++})$	• $K_1(1650)$	$1/2(1^+)$
• $\eta(1295)$	$0^+(0^-)$	• $f_2(1950)$	$0^+(2^{++})$	• $K^*(1680)$	$1/2(1^-)$
• $\pi(1300)$	$1^-(0^-)$	• $\rho_3(1990)$	$1^+(3^-)$	• $K_2(1770)$	$1/2(2^-)$
• $a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$	• $f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$	• $K_3^*(1780)$	$1/2(3^-)$
• $f_0(1370)$	$0^+(0^{++})$	• $f_0(2020)$	$0^+(0^{++})$	• $K_2(1820)$	$1/2(2^-)$
• $h_1(1380)$	$?^-(1^+)$	• $a_4(2040)$	$1^-(4^+)$	• $K(1830)$	$1/2(0^-)$
• $\pi_1(1400)$	$1^-(1^+)$	• $f_4(2050)$	$0^+(4^+)$	• $K_0^*(1950)$	$1/2(0^+)$
• $\eta(1405)$	$0^+(0^-)$	• $\pi_2(2100)$	$1^-(2^-)$	• $K_2^*(1980)$	$1/2(2^+)$
• $f_1(1420)$	$0^+(1^+)$	• $f_0(2100)$	$0^+(0^{++})$	• $K_4^*(2045)$	$1/2(4^+)$
• $\omega(1420)$	$0^-(1^-)$	• $f_2(2150)$	$0^+(2^{++})$	• $K_2(2250)$	$1/2(2^-)$
• $f_2(1430)$	$0^+(2^{++})$	• $\rho(2150)$	$1^+(1^-)$	• $K_3(2320)$	$1/2(3^+)$
• $a_0(1450)$	$1^-(0^{++})$	• $\phi(2170)$	$0^-(1^-)$	• $K_5^*(2380)$	$1/2(5^-)$
• $\rho(1450)$	$1^+(1^-)$	• $f_0(2200)$	$0^+(0^{++})$	• $K_4(2500)$	$1/2(4^-)$
• $\eta(1475)$	$0^+(0^-)$	• $f_J(2220)$	$0^+(2^+)$	• $K(3100)$	$?^?(?^{??})$
• $f_0(1500)$	$0^+(0^{++})$		or $4^+$		
• $f_1(1510)$	$0^+(1^+)$	• $\eta(2225)$	$0^+(0^-)$		
• $f_2'(1525)$	$0^+(2^{++})$	• $\rho_3(2250)$	$1^+(3^-)$		
• $f_2(1565)$	$0^+(2^{++})$	• $f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$		
• $\rho(1570)$	$1^+(1^-)$	• $f_4(2300)$	$0^+(4^+)$		
• $h_1(1595)$	$0^-(1^+)$	• $f_0(2330)$	$0^+(0^{++})$		
• $\pi_1(1600)$	$1^-(1^+)$	• $f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$		
• $a_1(1640)$	$1^-(1^+)$	• $\rho_5(2350)$	$1^+(5^-)$		
• $f_2(1640)$	$0^+(2^{++})$	• $a_6(2450)$	$1^-(6^+)$		
• $\eta_2(1645)$	$0^+(2^-)$	• $f_6(2510)$	$0^+(6^+)$		
• $\omega(1650)$	$0^-(1^-)$				
• $\omega_3(1670)$	$0^-(3^-)$				
• $\pi_2(1670)$	$1^-(2^-)$				

Slika A.1.: Tabela s primeri mezonov sestavljenih iz kvarkov u, d in s prve in druge generacije. [6]





## B. Dodatek: Računalniška orodja

Merjene ali simulirane podatke najprej obdelamo z ogrodjem za procesiranje podatkov imenovanim BASF2, ki je nadgradnja prve verzije ogrodja BASF<sup>1</sup> uspešno uporabljenega pri eksperimentu Belle. Ena glavnih prednosti tega sistema je, da poleg neomrežne rekonstrukcije in analize omogoča omrežne naloge; kot so zajem in monitoring podatkov, ter proženje na visokem nivoju. Ogradje BASF2 je napisano v programskem jeziku C++, vendar ponuja uporabo intuitivnejšega vmesnika, ki ga krmilimo s pomočjo programskega jezika Python 2.7. Pridane so še priljubljene knjižnice tretjih oseb; kot sta pri MC že omenjeni EvtGen ter Geant4 in knjižnica ogrodja ROOT za analizo podatkov.

Pri obdelavi podatkov uporabnik v programskem jeziku Python napiše krmilno skripto, ki konfigurira ogrodje, da to ustrezno obdelata podatke. V tej skripti je mogoče določiti način izvedbe rekonstrukcije dogodkov skupaj z rekonstrukcijo točk razpadov in določanjem okusov. Omogoča tudi predselekcijo dogodkov z apliciranjem osnovnih rezov po kinematičnih spremenljivkah in avtomatizirano uporabo orodij za analizo na osnovi večih spremenljivk. Kot slednja se pogosto uporabljajo algoritmi iz knjižnic TMVA<sup>2</sup>, s katerimi je mogoče izvajati multivariatne klasifikacije dogodkov ob uporabi metod, kot sta npr. metoda ojačanih odločitvenih dreves in metoda umetnih nevronske mreže. TMVA knjižnica predstavlja standard v fiziki delcev, saj je široko uporabljena in zato dobro preizkušena ter dokumentirana. Na tej knjižnici sta osnovana dva od programskih modulov BASF2 in sicer TMVATeacher ter TMVAExpert, ki učita in aplicirata multivariatno klasifikacijo. Pri tem je vzorec avtomatično razdeljen na ločena pod-vzorca namenjena učenju in testiranju. Vsa koda se izvede znotraj posameznih zbirk dogodkov, kjer za vsakega izmed njih iz baze podatkov pridobi zahtevane informacije. Po obdelavi TMVA zapiše izhodne podatke izbranega klasifikatorja v obliki verjetnostnih porazdelitvenih funkcij signalnih dogodkov in dogodkov ozadja in zraven poda informacije o učenju.

V naslednjem koraku, ko izvedemo podrobnejšo statistično analizo na klasificiranem vzorcu, podatke vizualiziramo s pomočjo grafov in histogramov, ter apliciramo dodatne reze, na katerih lahko ponovno poženemo metode TMVA. Pri Belle II se za analizo dogodkov iz meritev ter simulacij večinoma uporablja objektno orientirano ogrodje ROOT s paketom RooFit. V njem so na voljo matematična orodja za modeliranje pričakovanih porazdelitev in optimalno prilagajanje funkcij k podatkom po metodi največje verjetnosti. ROOT se izkaže kot učinkovito in robustno orodje za uporabo v te namene, saj je prilagojen obdelavi ogromnih baz podatkov. Prav tako kot BASF2 je ROOT napisan v programskem jeziku C++ in ga je mogoče kombinirati z drugimi programskimi jeziki (npr. že omenjenim Python-om). Uporabljamo ga lahko s pomočjo prevajalnika programskega jezika C++ in grafičnega uporabniškega vmesnika za vizualizacijo in interaktivno analizo podatkov.

---

<sup>1</sup>Krajše za ang. Belle Analysis Framework.

<sup>2</sup>Krajše za ang. Toolkit for MultiVariate Analysis. Knjižnica je dostopna na povezavi "<http://tmva.sourceforge.net/>".



## C. Dodatek: Metoda ojačanih odločitvenih dreves (BDT)

V nadaljevanju opisana metoda BDT je le ena iz širšega nabora multivariatnih metod v programskem orodju TMVA in je že implementirana v BASF2. Metoda gradi na združevanju odločitev, ki upoštevajo učni nabor izbranih lastnosti dogodkov v en sam binarni klasifikator/razvrščevalec, ki razlikuje med signalom in ozadjem. Njegova struktura spominja na drevo sestavljeno iz odločitvenih vej, ki povezujejo notranja in zunanja vozlišča; zunanjim vozliščem pravimo tudi listi. V začetnem vozlu se glede na vrednosti posamezne spremenljivke pričnejo nad dogodki izvajati ponavljajoče odločitve “levo-desno” oziroma “da-ne”, dokler ti ne dosežejo listov. Slednji vanje uvrščenim dogodkom dajejo končno klasifikacijsko oznako - v našem primeru BDT oceno da gre za signal ali ozadje.

### Učnejše odločitvenega drevesa

Za učenje uporabimo označeno učno množico, ki si jo lahko predstavljamo kot tabelo. V tej tabeli je vsak dogodek množice predstavljen kot ena vrstica. Vsaka vrstica vsebuje oznako dogodka, njegove lastnosti (vrednosti spremenljivk) in klasifikacijski razred (podatek ali spada dogodek k signalu ali k ozadju). Odločitvena drevesa ne zahtevajo posebnega znanja o učni množici, ta mora biti le dovolj velika, da bo model drevesa, ki ga metoda ustvari, dovolj splošen za uporabo pri neznanih vzorcih. Pomembna lastnost je tudi, da je množica lahko visoko-dimenzijska<sup>1</sup>. Pri tej analizi to množico predstavljajo dogodki generirani s simulacijo MC. Ti med drugim vsebujejo MC resnico z informacijo o signalu oz. ozadju.

Gradnja oz. učenje odločitvenega drevesa je proces, ki definira kriterij razcepa za vsako vozlišče. Začne se v izvornem vozlišču, kjer se določi začetni kriterij razcepa za celoten učni vzorec. Učna množica dogodkov se razcepi na dve podmnožici, na katerih izvedemo isti algoritem, ki določi naslednjo iteracijo razcepa. Ker je kriterij za razločitev vedno razcep na eni spremenljivki, poskusni proces za razcep na koncu izbere tisto spremenljivko, ki optimalno poveča razločitveni indeks med začetnim vozliščem in vsoto indeksov obeh podrejenih vozlišč, ter jo obteži z relativnim deležem dogodkov. Postopek se ponavlja, dokler ne pridemo do vseh listov in tako sestavimo celotnega drevesa. Listi so klasificirani kot signal oziroma ozadje, glede na to, v kateri klasifikacijski razred spada večina dogodkov v njem. V principu bi lahko z delitvami nadaljevali dokler v vsak list nebi vseboval izključno dogodkov signala ali ozadja, vendar bi bilo takšno drevo močno pre-natrenirano<sup>2</sup>.

### Ojačitev odločitvenih dreves

Ena od pomanjkljivosti odločitvenih dreves je njihova nestabilnost, saj so podvržena statističnim fluktuacijam učnega vzorca iz katerega izhaja struktura drevesa. Če sta na primer dve vhodni spremenljivki  $x_A$  in  $x_B$  enako dobri pri razločevanju, lahko fluktuacija v tem vzorcu povzroči, da algoritem rast drevesa razcepi glede na spremenljivko  $x_B$ , vendar v kolikor fluktuacij nebi bilo, bi razcep določala spremenljivka  $x_A$ . V tem primeru se spremeni celotna nadaljnja struktura drevesa, kar lahko pomeni precej drugačen odziv klasifikatorja. Primer dveh shem klasifikatorja oz. odločitvenega drevesa je prikazan na sliki C.1.

<sup>1</sup>Visoko-dimenzijske množice so tiste, ki njene posamezne pripadnike opišejo z velikim številom atributov.

<sup>2</sup>Če je klasifikator pre-natreniran se izhodni podatki njegove aplikacije na testnem vzorcu razlikujejo od rezultatov učnega vzorca.

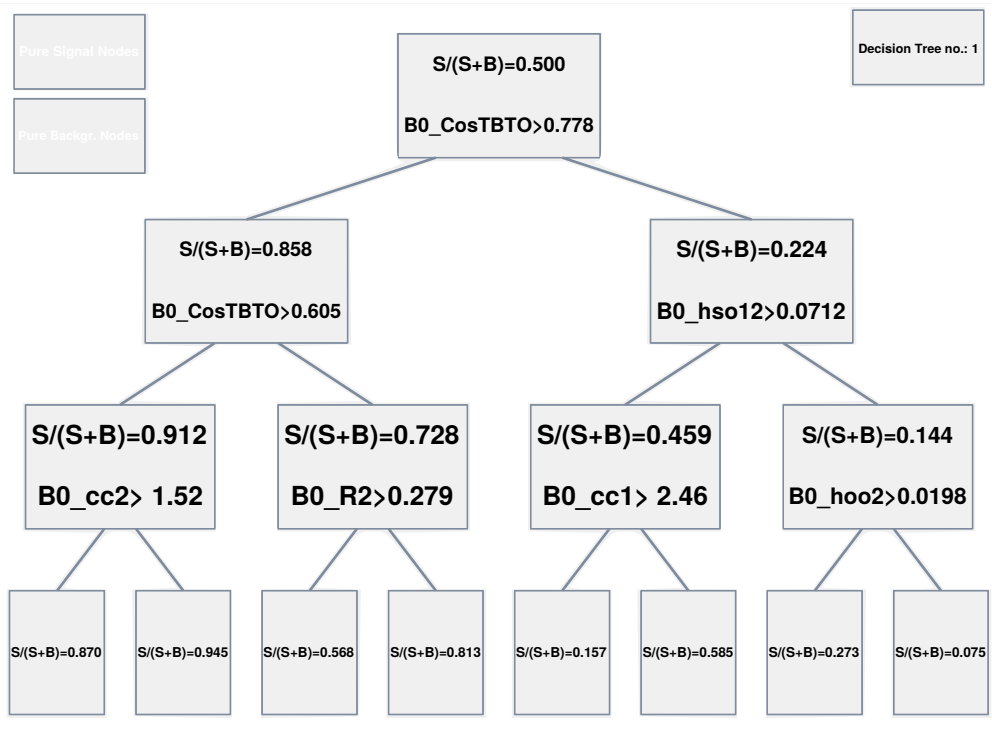
Problem naključnih fluktuacij lahko rešimo tako, da sestavimo t.i. gozd, katerega odločitvena drevesa so grajena na istem učnem naboru dogodkov, vendar dogodke v vsakem drevesu različno obtežimo. Pri tem preštejemo, kako pogosto so spremenljivke uporabljene za razcepe drevesnih vozlišč, vsak razcep obtežimo z kvadratom vrednosti izboljšanja tega razcepa in seštejemo dogodke v vozlišču. Ta način ocenjevanja pomembnosti spremenljivke lahko uporabimo na enem odločitvenem drevesu ali na celotnem gozdu. Nato jih združimo v skupen ojačani klasifikator, ki ga dobimo kot (obteženo) povprečje odločitvenih dreves. Takšna ojačitev stabilizira odziv odločitvenih dreves, zato ponuja znatno boljše rezultate kot shema z enim drevesom, ker pa s tem izgubimo možnost preproste interpretacije takšnega klasifikatorja, mu ne pripišemo fizikalne vrednosti.

V večini primerov ojačitev deluje najbolje, če jo izvedemo na drevesih, ki sama zase niso dobri klasifikatorji. Rečemo jim tudi "šibki klasifikatorji". To so majhna drevesa, katerih rast tipično omejimo na globino treh ali celo zgolj dveh notranjih vozlov, s čimer se hkrati izognemo pojavu prenatreniranosti. Pri tem raje uporabimo gradientno ojačitev, kjer so obtežitve dogodkov računane iz negativnega gradienta kriterijske funkcije odstopanja<sup>3</sup> glede na njeno napoved - tako so kandidati, katerih klasifikacija je bolj negotova, tudi toliko bolj obteženi. Šibki klasifikatorji se močno obteženim dogodkom bolj posvetijo medtem, ko dobro razločljivi kandidati postanejo skoraj nepomembni. Gradientna ojačitev pri metodi BDT močno poveča njeno ločljivost in pohitri učenje, zato sem se odločil njeno za uporabo.

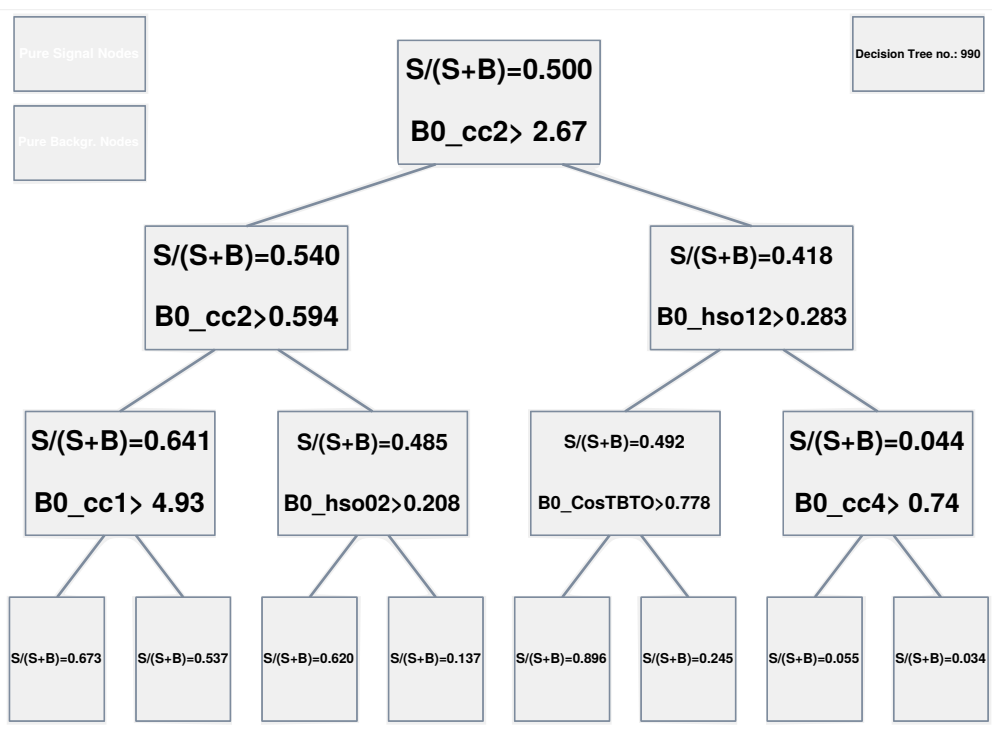
Kljub svoji preprostosti daje metoda BDT razmeroma dobre rezultate, vendar ima preprosta struktura odločitvenih dreves to slabost, da je njihova teoretična učinkovitost reševanja določenega problema v splošnem inferiorna metodam, kot je npr. umetna nevronska mreža. Slednja lahko vedno doseže optimalno učinkovitost izbiranja, česar metoda BDT nikoli ne zmore, vendar se BDT izkaže kot robustna, ko gre za vključitev slabo razločljivih vhodnih spremenljivk, ki jih umetne nevronske mreže v večini primerov težko vključujejo oz. ignorirajo. BDT je najboljša izbira ko optimalna uporaba nevronske mreže ni možna in ko so na razpolago kompleksno korelirani podatki.

---

<sup>3</sup>Matematični opis zveze med pričakovano vrednostjo klasifikacije in napovedjo klasifikatorja, ki meri odstopanje med slednjima.



(a)



(b)

**Slika C.1.:** Odločitveni drevesi iz praktičnega primera učenja. V gozdu je bilo 1000 odločitvenih dreves globine 3. Prikazani sta drevesi (a) št.1 in (b) št.990. V vsakem vozlišču je zapisan delež vsebovanih signalnih dogodkov in vrednost optimalnega reza po uporabljeni spremenljivki. Čeprav pri učenju obeh uporabimo isti nabor spremenljivk in isti vzorec, sta si drevesi popolnoma različni. Različno utežena odločitvena drevesa nato združimo v enoten BDT klasifikator.



## D. Dodatek: Spremenljivke oblike dogodka

Spodaj so predstavljene matematične definicije spremenljivk oblike dogodka povzete po viru [2].

### Matematični opis in kvantifikacija oblike dogodka

**Potisk** izpeljemo iz vsote gibalnih količin  $\mathbf{p}_i$  za  $N$  izbranih delcev ( $i = 1, \dots, N$ ). Skalarna vrednost v smeri potiska dogodka  $T$  je definirana kot

$$T = \frac{\sum_{i=1}^N |\mathbf{T} \cdot \mathbf{p}_i|}{\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i}, \quad (\text{D.1})$$

kjer je vektor  $\mathbf{T}$  definiran kot enotski vektor v smeri maksimalne projekcije vseh vektorjev  $\mathbf{p}_i$ . Potisk določimo posebej za delce iskanih razpadlih mezonov  $B$  v dogodku, kar označimo s " $T_B$ ", in posebej za vse preostale delce, ki pripadajo preostalim fizikalnim procesom v istem dogodku. Potisk za delce ROE<sup>1</sup> označimo s " $T_{ROE}$ ". Za izotropne topologije in ima vrednost  $T \approx 1/2$ , za usmerjene pljuske pa vrednosti  $T \approx 1$ . Iz potiska lahko dalje definiramo dve uporabni spremenljivki

$$|\cos \Theta_B^{ROE}| \quad (\text{D.2})$$

in

$$|\cos \Theta_B^{\hat{z}}|, \quad (\text{D.3})$$

kjer  $\Theta_B^{ROE}$  označuje kot med vektorjema  $\mathbf{T}_B$  ter  $\mathbf{T}_{ROE}$  in  $\Theta_B^{\hat{z}}$  kot med vektorjem  $\mathbf{T}_B$  ter smerjo žarkovne osi  $\hat{z}$ . Ker so signalni dogodki  $B\bar{B}$ , izvirajoči iz resonance  $\Upsilon(4S)$ , izotropno porazdeljeni po prostoru, je porazdelitev po spremenljivkah  $|\cos \Theta_B^{ROE}|$  in  $|\cos \Theta_B^{\hat{z}}|$  na intervalu  $[0, 1]$  enakomerna. Obratno so dogodki, ki izvirajo iz hadronizacije  $q\bar{q}$ , v prostoru preferenčno usmerjeni in zato na intervalu spremenljivke  $|\cos \Theta_B^{ROE}|$  nakupičeni pri večji vrednostih oziroma na intervalu  $|\cos \Theta_B^{\hat{z}}|$  sledijo porazdelitvi  $1 + |\cos^2 \Theta_B^{\hat{z}}|$ .

**Fox-Wolframovi momenti** so ravno tako definirani za prostorsko porazdelitev množice  $N$  delcev z gibalnimi količinami  $\mathbf{p}_i$ . Tu je Fox-Wolframov moment  $H_k$  reda  $k$  definiran kot

$$R_k = \frac{H_k}{H_0}; \quad H_k = \sum_{i,j}^N |\mathbf{p}_i| |\mathbf{p}_j| P_k(\cos \Theta_{ij}), \quad (\text{D.4})$$

kjer je  $\Theta_{ij}$  kot med vektorjema  $\mathbf{p}_i$  ter  $\mathbf{p}_j$ , in  $P_k$  Legendrov polinom reda  $k$ . V limiti brezmasnih delcev velja  $H_0 = 1$ , zato je pogosto v uporabi normalizirano razmerje  $R_k = H_k/H_0$ ; pri dogodkih z močno kolimiranimi pluski spremenljivka  $R_k$  za lihe  $k$  zavzame vrednosti blizu nič in za sode blizu ena. V analizi bom uporabil normaliziran Fox-Wolframov moment drugega reda  $R_2$ , definiran na območju med 0 in 1.

**Prirajeni Fox-Wolframovi momenti**, ki so bili razviti pri eksperimentu Belle za analize, ki uporabljajo multivariatne metode, s katerimi kombiniramo korelirane spremenljivke s Fisherjevimi

<sup>1</sup>Krajše za ang. Rest Of Event.

diskriminantami<sup>2</sup> in ostalimi nekoreliranimi spremenljivkami. Izboljšani Fox-Wolframovi momenti Fisherjeve diskriminante KSFW<sup>3</sup> poleg energij in gibalnih količin dodatno upoštevajo naboje delcev ter manjkajočo gibalno količino v dogodku, ki jo obravnavajo kot dodatni delec. Gibalna količina je razdeljena v kategorije nabitih, nevtralnih ter manjkajočih delcev in po istem redu označena z  $x = c, n, m$ . Za lihe  $l = 1, 3$  definiramo

$$H_{cl}^{so} = \sum_1 \sum_{jx} Q_i Q_{jx} |p_{jx}| P_l(\cos \Theta_{i,jx}) \quad (D.5)$$

in

$$H_{nl}^{so} = H_{ml}^{so} = 0, \quad (D.6)$$

kjer  $i$  teče po vseh hčerinskih delcih razpadlega mezona in  $jx$  označuje delce  $j$  iz ROE označene po kategorijah  $x$ . Naboji delcev  $i$  in  $jx$  so označeni z  $Q_i$  in  $Q_{jx}$ . Za sode  $l = 0, 2, 4$  definiramo

$$H_{xl}^{so} = \sum_1 \sum_{jx} |p_{jx}| P_l(\cos \Theta_{i,jx}), \quad (D.7)$$

ki je podobna enačbi (D.5) toda brez dodanih koeficientov naboja. Podobno, ampak brez kategorizacije, lahko za lihe  $l$  definiramo še

$$R_l^{oo} = \sum_j \sum_k \beta_l Q_j Q_k |p_j| |p_k| P_l(\cos \Theta_{j,k}) \quad (D.8)$$

in za sode  $l$

$$R_l^{oo} = \sum_j \sum_k \beta_l |p_j| |p_k| P_l(\cos \Theta_{j,k}), \quad (D.9)$$

kjer indeksa  $j$  in  $k$  pa tečeta po delcih ROE. Koeficient  $\beta_l$  je eden od 17-ih Fisherjevih koeficientov KSFW, ki jih iz podatkov pridobimo s pomočjo porazdelitve kvadrata spremenljivke manjkajoče mase  $M_{miss}$ . Ta je definiran kot

$$M_{miss}^2 = \left( E_{\Upsilon(4S)} - \sum_{n=1}^{N_t} E_n \right)^2 - \sum_{n=1}^{N_t} |p_n|^2, \quad (D.10)$$

kjer je  $E_{\Upsilon(4S)}$  energija resonance  $\Upsilon(4S)$ ,  $E_n$  in  $p_n$  pa energija ter gibalna količina delca; indeks  $n$  teče po delcih v porazdelitvi  $M_{miss}$ .

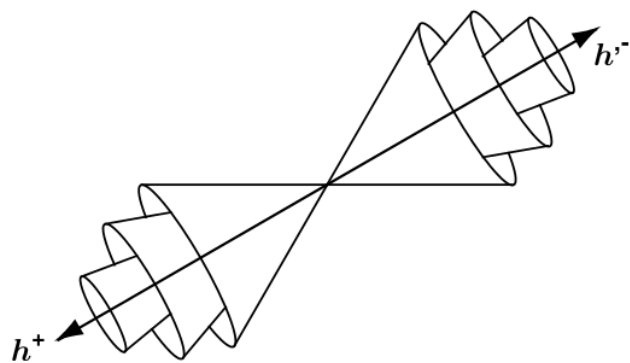
**CLEO Fisher** je še ena od multivariatnih diskriminant. Razvita je bila v kolaboraciji CLEO<sup>4</sup> za potrebe analize brezčarnih razpadov mezonov  $B$ . Gre za Fisherjevo kombinacijo devetih spremenljivk, ki opisujejo tok gibalne količine delcev ROE okrog osi potiska razpadlega mezona. Podatki so pridobljeni s pomočjo MC simulacije dogodkov signala in ali dogodkov zbranih iz masnega roba mezonov  $B$  ali izvenresonančnih dogodkov. Podatki so porazdeljeni v devet stožčastih odsekov, ki pokrivajo območja polarnega kota  $\Delta\Theta = 10^\circ$  okrog osi potiska, kot prikazuje slika D.1.

<sup>2</sup>Metoda uporabljena v statistiki, prepoznavi vzorcev in strojem učenju, s katero iščemo linearne kombinacije značilnosti, ki karakterizirajo ali ločujejo objekte dveh ali več različnih razredov.

<sup>3</sup>Krajše za ang. Kakuno's Super Fox-Wolfram Moment.

<sup>4</sup>Kolaboracija ki preučuje produkcijo in razpade težkih kvarkov in leptonov v Cornell-u v Laboratoriju za nuklearne študije.





**Slika D.1.:** Shema prvih treh stožcev devetih diskriminant CLEO Fisher kjer puščici  $h^+$  in  $h^-$  kažeta v smeri gibalne količine hčerinskih hadronov razpadlega mezona  $B$ . Gibalne količine delcev iz ROE v vsakem od njih so seštete in združene v posamezno diskriminanto.[2]

